

Nagy energiasűrűségű állapotok kialakulásának elméleti vizsgálata nehézion-ütközésekben

Doktori disszertáció

Készítette: Csizmadia Péter

Témavezető: Lévai Péter, KFKI RMKI

Budapest
2002

Lezárva: 2002. október 31.

Tartalomjegyzék

Bevezetés	3
1. A kvarkanyag tulajdonságai	7
1.1. Kvantumszindinamika	7
1.2. Az ideális kvark-gluon plazma	8
1.3. A perturbatív kvark-gluon plazma	10
1.4. Rács-QCD eredmények	13
1.5. Coulomb potenciál rács-QCD-ből	17
1.6. Kvázirészecskék a plazmában	19
2. Hidrodinamikai leírás	23
2.1. Ideális folyadék dinamikája	23
2.2. Relativisztikus nehézionütközések	25
2.3. Egy egzakt nemrelativisztikus megoldás	27
3. A fázisátmenet fenomenologikus leírása	33
3.1. Egyensúlyi modellek	33
3.2. Az átalakulás hőmérséklete	35
3.3. Nem-egyensúlyi modellek	36
4. Koaleszcencia modellek	39
4.1. Hadronok koaleszcenciája	39
4.1.1. Klasszikus leírás	39
4.1.2. Kvantummechanikai leírás	40
4.2. Kvarkok koaleszcenciája	41
4.2.1. Pick-up reakció hatáskeresztmetszete	42
4.2.2. Keletkezési ráta	48

5. A MICOR hadronizációs modell	49
5.1. Kvarok koaleszcencia	51
5.2. Részecskeszámok időfüggése	52
5.2.1. „Virtuális” idő	53
5.2.2. A MICOR modell rátaegyenletei	54
5.3. Az összetett részecske impulzuseloszlása	56
5.3.1. Tömegek	59
5.3.2. Transzverzális momentumspektrumok	61
5.3.3. Helyfüggés nemlokális koaleszcencia esetén	63
5.3.4. Helyfüggés lokális koaleszcencia esetén	68
5.4. Bomlások	71
6. MICOR és a kísérlet	73
6.1. Illesztések hosszú életű részecskékre	74
6.2. Gerjesztett multiplettek	81
6.3. Bájos mezonok	85
7. Végállapotú kölcsönhatások	87
7.1. Boltzmann egyenlet	87
7.2. Nemlokalitás a kaszkád algoritmusban	89
7.3. Egyszerű modellek, elasztikus folyamatokkal	90
7.3.1. Pionszél	90
7.3.2. Alkalmazás a MICOR végállapotára	94
7.4. „Teljes” másodlagos kölcsönhatás szimulációk	98
7.4.1. Impulzusspektrumok	100
7.4.2. Kölcsönhatások számlálása	103
7.5. Partonok energiavesztesége	105
Diszkusszió	109
Köszönetnyilvánítás	111
A. Momentumspektrumok paraméterezése	113
B. Hatáskeresztmetszetek	115
C. A MICOR program	119
D. A GROMIT program	127

Bevezetés

Az erős kölcsönhatás elmélete, a kvantumszíndinamika (QCD) nagy energiasűrűségeken az anyag egy ötödik halmazállapotának, a kvark-gluon plazmának (QGP) megjelenését jósolja. Az Univerzum hadronos anyaga ebben a formában létezett az Ősrobbanástól számított $15 - 20 \mu\text{s}$ -ig. A mai Univerzumban a neutroncsillagok magjában létezhet hideg, nagy sűrűségű kvarkanyag [11].

A kvark-hadron átalakulás (*confinement*) részletei a QCD téregyenletek megoldásának nehézségei miatt nem ismeretesek, így a kísérletek különleges jelentőséggel bírnak. A jelenség kísérleti vizsgálatára a neutroncsillagok, illetve az Univerzum korai állapotainak megfigyelésénél közvetlenebb lehetőséget nyújtanak azok a nagyenergiás nehézionütköztető kísérletek, amelyekben elérhető az átalakuláshoz szükséges kritikus energiasűrűség. Ilyen kísérleteket az Európai Magkutató Központ Szupravezető Proton Szinkrotronával (CERN SPS) és az egyesült államokbeli Brookhaven Nemzeti Laboratórium (BNL) Relativisztikus Nehézion-ütköztetőjével (RHIC) végeznek, de a kvark-gluon plazma előállítása lesz az egyik fő kutatási terület a 2008-ban induló Nagy Hadronütköztető (CERN LHC) esetében is.

Elméleti oldalról a kvark-hadron átalakulás rács-QCD módszerekkel vagy fenomenologikus modellekkel közelíthető meg. Rács-QCD-ből megkaphatjuk az erősen kölcsönható anyag energiasűrűségét és nyomását, vagyis az állapotegyenletet [12]. Az állapotegyenlet ismeretében egyensúlyi hidrodinamikai módszerekkel már sikeresen írhatjuk le a nehézionütközés időfejlődését. A hidrodinamikai leírás lényeges tulajdonsága, hogy megadja a makroszkopikus mennyiségek téridőbeli eloszlását és a különböző folyamatok karakterisztikus idejét. Továbbá, a hidrodinamikai leírás időfejlődését visszafelé követve, megismerhetjük a korai állapotokat is. A hidrodinamikai leírásba jól beleilleszthető a QGP megjelenése és egyensúlyi hadronizációja, ezért is aktív e terület kutatása [13].

A nehézionütközések részletes vizsgálata azonban rámutatott, hogy az egyensúly kialakulásához általában nem áll rendelkezésre elegendő idő, ezért indokolt a kvark-hadron fázisátalakulás nemegyensúlyi leírása. A hadronizáció térelméleti modellezése mellett (lásd pl. Nambu-Jona-Lasinio modell [14]) egy másik lehetőség a kvarkok kvantummechanikai koaleszcenciájának feltételezése és vizsgálata. Erre példa az ALCOR modell [15], amely a mezonok kvarkokból és antikvarkokból való keletkezését $2 \rightarrow 1$, a barionok keletkezését $3 \rightarrow 1$ folyamatként írja le. „Gyors hadronizációt” feltételez, ami azt jelenti, hogy a rendszer időfejlődésének részletes követésére nincs szükség; a végállapotú és a kezdeti részecskeszámok között direkt összefüggés adható meg. Ez az összefüggés a modell szerint a lehető legegyszerűbb; egy adott típusú hadron mennyisége a végállapotban arányos az összetevő kvarkok illetve antikvarkok kezdeti számaival. A végállapotú részecskeszámok meghatározásához feltesszük továbbá, hogy az összes kvark beépül valamelyik hadronba, valamint hogy számuk megmarad. Így nemlineáris egyenletrendszert kapunk, amely a kezdeti kvark- és antikvarkszámok ismeretében megoldható. Ez az egyszerű modell kiválóan leírja a CERN SPS és RHIC gyorsítókkal végzett nehézionkísérletekben tapasztalt hadronszámokat és arányokat [16]. Szükség van azonban egy olyan koaleszcencia-modellre, amellyel a hadronok impulzusspektruma is meghatározható.

A kvark koaleszcenciával leírt hadronizáció kezdőállapota tömeges kvarkokból és antikvarkokból álló plazma, melynek megjelenését a fázisátalakuláshoz közeli hőmérsékleteken rács-QCD eredmények támasztják alá. A hadronizáció végállapota szintelen „prehadronokból” álló gáz. Ha a koaleszcenciafolyamatokban egymástól különböző impulzusú részecskék is részt vehetnek, akkor a prehadronok tömeghéjon kívül keletkeznek. Az impulzusspektrumot is figyelembe vevő modellünk így direkt koaleszcenciafolyamattal csak rövid élettartamú hadron rezonanciák keletkezését írhatja le; a stabilabb, kísérletileg közvetlenül megfigyelhető részecskék a rezonanciák bomlásai során keletkeznek. Ha minden egyéb másodlagos kölcsönhatást elhanyagolunk, akkor modellünk várhatóan a rövidebb élettartamú vagy kis kölcsönhatási hatáskeresztmetszettel rendelkező részecskék spektrumának leírására lesz alkalmazható. Erre példa a csak ritka kvarkokból álló ϕ mezon és Ω barion, de hasonló tulajdonságokkal rendelkeznek a nehezebb kvarkokból álló, kis intenzitással kölcsönható bájos hadronok is (pl. D és J/ψ). Érdekes kérdés, hogy ezen részecskék keletkezése és impulzuseloszlása leírható-e a kvark koaleszcencia feltételezésével.

A hosszabb élettartamú és intenzívebben kölcsönható részecskék (pl. pio-

nok és nukleonok) impulzuseloszlásának realiztikus leírásához a másodlagos kölcsönhatások figyelembe vétele is szükséges lehet. Erre a feladatra általánosan alkalmazott módszer a hadronok kölcsönhatásait leíró Boltzmann-egyenlet numerikus megoldása. Nehézionütközések transzport modellekkel történő leírására több hadron- illetve partonkaszád program létezik [17, 18, 19, 20]. Ezek azonban speciális esetekre vannak kifejlesztve, működésük pedig nehezen áttekinthető, a szerzőn kívül bárki más csak fekete dobozként használhatja őket. Ez a probléma a jelenleg létező kódokkal természetesen nem egyedi, általános igény van egy olyan programra, amely könnyen bővíthető és tetszőleges transzport modell szimulációjára alkalmas, akár hadron-, akár partonszinten. Az első próbálkozás egy ilyen jellegű program kifejlesztésére a Yang Pang által írt GCP („General Cascade Program” [21]) volt, amely sajnos félkész állapotban maradt, valamint belső szerkezete sem volt eléggé rugalmas.

Az „univerzális kaszkád kód” kifejlesztéséhez több problémát is meg kell oldani. Az egyik ilyen probléma a kaszkád algoritmus Lorentz-invarianciájának biztosítása. Az invariancia-sértés oka az, hogy a kaszkád algoritmusban a részecskék világvonal helyett egy hatáskeresztmetszettől függő sugarú „világcsövet” futnak be, amely a sugár zérustól különböző volta miatt több más részecskét is érinthet egymástól térszerűen szeparált pontokban. Ekkor vonatkoztatási rendszertől függ, hogy időben melyik esemény következik be először, vagyis hogy a több lehetséges kölcsönhatás közül melyik az az egy, amelyet figyelembe kell vennünk. A szimuláció tehát különböző eredményt adhat, ha ugyanazokkal a kezdőfeltételekkel, de egy másik vonatkoztatási rendszerben végezzük el [22]. A nagyenergiás nehézionütközéseket modellező hadron- és partonkaszádok többsége a Lorentz invarianciasértést figyelmen kívül hagyja. A közreműködésemmel kifejlesztésre kerülő kódnak ezt a problémát is kezelnie kellett.

Lényeges szempont, hogy a transzport kódnak más kódokkal (kezdőfeltétel-generálás, kölcsönhatások szimulációja) együtt kell működnie. Ez az én esetemben a hadronizációs leírásnak és a másodlagos hadron-hadron kölcsönhatásokat kezelő kaszkádnak az együttes alkalmazását jelenti, amely által lehetővé válhat a kezdeti kvarkanyag tulajdonságainak meghatározása a kísérletileg is mért végállapotú hadronspektrumokból.

Az 1. fejezetben összefoglalom a kvarkanyag kvantumszindinamikai alapokon történő vizsgálatából ismert eredményeket. A 2. fejezetben nehézionütközések hidrodinamikai leírásának alapjait ismertetem, továbbá szó lesz a tűzgömbök tágulását leíró hidrodinamikai egyenletek egy új, egzakt megoldásáról.

dásáról, melynek kidolgozásában részt vettem [7]. A 3. fejezetben a kvark-hadron átalakulást leíró különböző egyensúlyi illetve nemegyensúlyi modelleket ismertetem, valamint a fázisátalakulási hőmérsékletre vonatkozó, rácsszámolás által adott eredményeket. A 4. fejezetben a koaleszcencia modellekről lesz szó, különös tekintettel az ALCOR [15] által bevezetett mechanizmusra. Az 5. fejezetben a MICOR (Microscopical Coalescence Rehadronization) modellt ismertetem. A 6. fejezetben a MICOR modellt a CERN SPS Pb+Pb ütközésekre alkalmazom [1, 2, 3, 9, 10]. A 7. fejezetben a másodlagos kölcsönhatások leírásának elméleti alapjairól és hadronikus kaszkád kódokkal végzett szimulációjáról lesz szó. Ismertetem azon eredményeket, melyeket a MICOR modell végállapota által meghatározott kaszkád kezdeti feltételből kiindulva kaptam két kaszkád programmal (PSYCHE és GROMIT), melyeknek kifejlesztésében aktív szerepet töltöttem be [4, 5, 6].

1. fejezet

A kvarkanyag tulajdonságai

1.1. Kvantumszíndinamika

A kvark-gluon plazmát (QGP) leíró elméleti modellek alapja a kvantumszíndinamika (QCD). Ez egy nemábeli mértékelmélet, amely szerint a kvark-kvark kölcsönhatást az $SU(3)_c$ mértékcsoport — a „színecsoport” — infinitzimális generátoraihoz tartozó $3^2 - 1 = 8$ darab vektorbozon, gluon közvetíti. Az elmélet nemábeli voltának következménye az α_S csatolási állandó „futása”, vagyis a q impulzuscserétől való függése. Az impulzuscseré növekedésével a csatolás az egy-hurok rendű perturbatív számolás szerint az

$$\alpha_S(q) = \frac{\alpha_S(\Lambda_{\text{QCD}})}{1 + \frac{33-2N_f}{6\pi} \ln\left(\frac{q}{\Lambda_{\text{QCD}}}\right) \alpha_S(\Lambda_{\text{QCD}})}, \quad (1.1)$$

összefüggés szerint csökken, ahol N_f a kvark ízek száma, $\Lambda_{\text{QCD}} \simeq 200$ MeV pedig paraméter. A kölcsönhatás erőssége tehát az energia növekedésével aszimptotikusan zérushoz tart, ezt a viselkedést nevezik *aszimptotikus szabadságnak*. Következésképpen, hogy az anyag hőmérsékletét növelve a kvarkokat hadronokba záró erős, rövid távú vonzóerő elhanyagolhatóvá válik, így a színes kvarkok kiszabadulnak. A szabaddá vált színtöltések nagyrészt leárnyékolják az erősebb, hosszú távú kölcsönhatásokat. Az árnyékolás nem feltétlenül tökéletes, emiatt jelentős hosszú távú korrelációk léphetnek fel az anyagban. A lokális energiasűrűséghez és nyomáshoz azonban ezek csak kis járulékot adnak, így nagy energiákon az anyag jó közelítéssel ideális gáznak tekinthető.

A QCD Lagrange-függvényének jellemzője az $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ közelítő királis szimmetria, mely zérus kvarktömegek esetén lesz egzakt. Alacsony

hőmérsékleten ez jó közelítésnek csak az $N_f = 2$ esetben, vagyis könnyű (*up* és *down*) kvarkokra tekinthető. Az effektív, „futó” kvarktömegek azonban az energia növekedésével a futó csatoláshoz hasonló módon csökkennek, így a sérült szimmetria magas hőmérsékleten aszimptotikusan helyreáll. A nagyon magas hőmérsékletű QGP tehát királsan szimmetrikus, tömegtelen részecskékből álló ideális gáz.

Az aszimptotikus szabadság lehetőséget ad a perturbációs számítás alkalmazására, vagyis az átmeneti mátrixelemek α_s szerint történő sorfejtésére. A csatolás ehhez $Q > 1$ GeV impulzuscsere esetén válik megfelelően kicsivé, vagyis a perturbatív QCD (pQCD) *kemény* szórási folyamatokat tud kezelni. A QGP magas hőmérsékleten leírható pQCD-n alapuló módszerekkel, mint például a kétrészecske-kölcsönhatásokon alapuló parton kaszkád modellek vagy a véges hőmérsékletű térelmélet.

Alacsony hőmérséklet esetén a szórások *lágys*, az impulzuscsere kicsi, a csatolási állandó pedig nagy. A pQCD megközelítés alkalmazhatatlan, nem-perturbatív módszerekhez kell folyamodni. Ilyen leírások például:

- rács-QCD;
- húr (string) modellek;
- effektív térelméletek;
- fenomenologikus modellek.

Talán a legismertebb fenomenologikus modell a hadronokba zárt kvarkok leírására az MIT bag (zsák) modell [23], mely — durva közelítésként — feltételezi, hogy egy hadron belsejében a kvarkok tömegtelenek, a hadronon kívül viszont végtelen nagy tömegűvé válnak. A zsákot a bezárt kvarkok kvantumbizonytalanságból eredő kiterjedése igyekszik szétnyomni, ez ellen egy konstans befelé ható nyomás hat, amelynek nagysága a B zsákállandó. Ha ezt a nyomást meghaladja a kvarkok nyomása, akkor kiszabadulnak a hadronból (*deconfinement*).

1.2. Az ideális kvark-gluon plazma

A QGP megfelelően magas hőmérsékleten tömegtelen fermionok és bozonok kölcsönhatásmentes gázának tekinthető. A kvarkoknak és antikvarkoknak 3 színe és 2 spin-beállása lehet, így N_f íz esetén a szabadsági fokaik száma

$f_q = f_{\bar{q}} = 6N_f$. A 8 gluonnak 2 lehetséges polarizációja van, így a gluon szabadsági fokok száma $f_g = 16$.

A termodinamikai tulajdonságok analitikusan számolhatók, ha termális egyensúlyt és zérus kémiai potenciált tételezünk fel. Ekkor a kvarkok Fermi- illetve a gluonok Bose-eloszlásának integrálásával a számsűrűségekre az

$$n_q(T) = n_{\bar{q}}(T) = \frac{9N_f}{2\pi^2}\zeta(3)T^3 \simeq 0.548N_fT^3, \quad (1.2)$$

$$n_g(T) = \frac{16}{\pi^2}\zeta(3)T^3 \simeq 1.949T^3 \quad (1.3)$$

összefüggések kaphatók, a teljes energiasűrűsége és a nyomásra pedig a Stefan-Boltzmann-törvény szerint

$$\varepsilon(T) = \frac{\pi^2}{30}f_{qg}T^4, \quad (1.4)$$

$$P(T) = \frac{\varepsilon(T)}{3} = \frac{\pi^2}{90}f_{qg}T^4, \quad (1.5)$$

ahol f_{qg} az „effektív” szabadsági fokok száma:

$$f_{qg} = f_g + \frac{7}{8}(f_q + f_{\bar{q}}) = 16 + \frac{21}{2}N_f. \quad (1.6)$$

A kvarkok szabadsági fokait szorzó 7/8 faktor a Fermi statisztikából ered. $T = 200$ MeV és $N_f = 3$ esetén a képletek a következő értékeket adják:

$$n_q = n_{\bar{q}} = 1.7 \text{ fm}^{-3}, \quad n_g = 2.0 \text{ fm}^{-3}, \quad \varepsilon = 3.3 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}^3}. \quad (1.7)$$

A deconfinement T_c kritikus hőmérsékletére becslés adható a zsákmodell felhasználásával, ha — durva közelítésként — feltételezzük, hogy (1.4) a kritikus hőmérsékleten is igaz. A kvarkok akkor szabadulhatnak ki a hadronokból, ha a kinetikus energiájukból származó nyomás meghaladja a B zsákállandó értékét. Ebből $N_f = 2$ és $B^{1/4} \sim 200$ MeV (lásd [24]) esetén a kritikus hőmérsékletre a $T_c \sim (90B/37\pi^2)^{1/4} \sim 140$ MeV érték adódik.¹

¹Valójában a kvark-gluon és a hadron fázis nyomásának egyenlőségéből kaphatjuk meg a kritikus hőmérsékletet (lásd a 3.1. alfejezet (3.5, 3.6) képleteit), de így is nagyjából ugyanaz lenne az eredmény, mint az egyszerűbb becsléssel; az eltérés csak 3%.

1.3. A perturbatív kvark-gluon plazma

A QCD Lagrange sűrűsége

$$L(\psi, \bar{\psi}, A_\mu) = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + L_{\text{GF}}, \quad (1.8)$$

ahol D_μ a kovariáns deriválás, $F_{\mu\nu}^a$ a térerősség tenzor, L_{GF} pedig a mérték-rögzítés:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\lambda_a}{2}A_\mu^a, \quad (1.9)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc}A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.10)$$

$$L_{\text{GF}} = -\frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A_\mu^a)^2 \quad (1.11)$$

Adott $\psi, \bar{\psi}$ mezőkhöz bevezethetjük a kvarkáramot és a töltéssűrűséget:

$$J_a^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2}\psi, \quad (1.12)$$

$$\rho_a = J_a^0 = \psi^\dagger \frac{\lambda_a}{2}\psi. \quad (1.13)$$

A rögzített kvarkáramokkal kölcsönható vektormező Lagrange függvénye:

$$L(A_\mu) = gJ_a^\mu A_\mu^a - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + L_{\text{GF}}. \quad (1.14)$$

Elhanyagolva a gluonok önkölcsönhatását, $\xi = 1$ Feynman mértékben a klasszikus mozgásegyenlet

$$\partial_\nu \partial^\nu A_\mu^a = -gJ_\mu^a. \quad (1.15)$$

A mozgásegyenlet megoldása

$$A_\mu^a(x) = g \int d^4y G_{b\mu}^{a\nu}(x-y) J_\nu^b(y), \quad (1.16)$$

ahol $G_{b\mu}^{a\nu}$ a gluon-propagátor:

$$G_{b\mu}^{a\nu}(x) = \delta_b^a \delta_\mu^\nu G(x), \quad G(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{e^{ikx}}{k^2}. \quad (1.17)$$

A kvarkáramok és a gluonmező kölcsönhatását a következő kifejezést adja:

$$g \int d^4x J_a^\mu A_\mu^a = g^2 \int d^4x d^4y J_a^\mu(x) G_{b\mu}^{a\nu}(x-y) J_\nu^b(y), \quad (1.18)$$

Coulomb potenciál. Vizsgáljuk két statikus kvark kölcsönhatását:

$$J_a^\mu(x) = \rho_a(x) \delta_0^\mu, \quad (1.19)$$

$$\rho_a(x) = Q_{1a} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) + Q_{2a} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2). \quad (1.20)$$

Az i -edik kvark töltését a töltéssűrűségnek az x_i pontot tartalmazó kis ΔV térfogatra vett integrálja adja:

$$Q_{ia} = \int_{\Delta V(x_i)} \rho_a(x). \quad (1.21)$$

Legyen $\mathbf{r} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$. A (1.18) kifejezésből ekkor a következő alakban kaphatjuk meg a kölcsönhatási potenciált:

$$V(\mathbf{r}) = Q_{1a} Q_{2a} g^2 \int dt' G(\mathbf{r}, t') + V_\infty \quad (1.22)$$

A összeg első tagja a töltések távolságától függ, a második tag pedig az önkölcsönhatás végtelen nagy járuléka. Felhasználva a propagátor időintegráljára vonatkozó

$$\int dt G(x) = \frac{1}{4\pi r} \quad (1.23)$$

összefüggést és figyelmen kívül hagyva a konstans önkölcsönhatást, az eredmény

$$V(r) = C \frac{\alpha_S}{r}, \quad (1.24)$$

ahol C értéke az (1.13) és az (1.21) képletek szerint

$$C = Q_{1a} Q_{2a} = \frac{1}{4} \int_{\Delta V(x_1)} d^3x'_1 \psi^+(x'_1) \lambda^a \psi(x'_1) \int_{\Delta V(x_2)} d^3x'_2 \psi^+(x'_2) \lambda^a \psi(x'_2). \quad (1.25)$$

Mivel az i -edik kvark tere a $\Delta V(x_i)$ térfogaton kívül zérus, egyrészesce rendszer esetén egy kvarkmezőt tartalmazó kifejezésnek erre a térfogatra vett integrálja ekvivalens a teljes térre vett integrállal. Az (1.25) kifejezés tehát

a λ^a Gell-Mann mátrixok egyrésze-állapotokban vett várható értékeinek szorzataként is felírható:

$$C = \frac{1}{4} \langle q_1 | \lambda^a | q_1 \rangle \langle q_2 | \lambda^a | q_2 \rangle \quad (1.26)$$

$$= \frac{1}{4} \langle q_1 q_2 | \lambda_1^a \lambda_2^a | q_1 q_2 \rangle \quad (1.27)$$

A C színfaktor értékének kiszámításához írjuk fel a Gell-Mann mátrixok szorzatát más alakban:

$$C = \frac{1}{8} \left(\langle q_1 q_2 | (\lambda_1^a + \lambda_2^a)^2 | q_1 q_2 \rangle - \langle q_1 | \lambda_1^{a2} | q_1 \rangle - \langle q_2 | \lambda_2^{a2} | q_2 \rangle \right) \quad (1.28)$$

A (1.28) képletben szereplő négyzetes kifejezésekben az $SU(3)$ csoport \mathbf{C} kvadratikusan Casimir operátorát ismerhetjük fel. A kvarkok a $|3\rangle$ triplétt ábrázolásban vannak, a szorzat ábrázolás pedig két irreducibilis ábrázolás, egy antitriplétt és egy szextett összege: $3 \otimes 3 = \bar{3} \oplus 6$. A Casimir operátor értéke a triplétt, antitriplétt és szextett ábrázolásokban:

$$\langle 3 | \mathbf{C} | 3 \rangle = \langle \bar{3} | \mathbf{C} | \bar{3} \rangle = \frac{4}{3}, \quad \langle 6 | \mathbf{C} | 6 \rangle = \frac{10}{3}. \quad (1.29)$$

Ezt felhasználva kiszámíthatjuk a színfaktor lehetséges értékeit:

$$C^{\bar{3}} = \frac{1}{2} (\langle \bar{3} | \mathbf{C} | \bar{3} \rangle - \langle 3 | \mathbf{C} | 3 \rangle - \langle 3 | \mathbf{C} | 3 \rangle) = -\frac{2}{3}, \quad (1.30)$$

$$C^6 = \frac{1}{2} (\langle 6 | \mathbf{C} | 6 \rangle - \langle 3 | \mathbf{C} | 3 \rangle - \langle 3 | \mathbf{C} | 3 \rangle) = +\frac{1}{3}. \quad (1.31)$$

Kvark-antikvark kölcsönhatás esetén $3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$, így a Casimir operátor szingulett és oktett ábrázolásban felvett értékeire is szükségünk van:

$$\langle 1 | \mathbf{C} | 1 \rangle = 0, \quad \langle 8 | \mathbf{C} | 8 \rangle = 3. \quad (1.32)$$

A színfaktor ekkor a következő értékeket veszi fel:

$$C^1 = \frac{1}{2} (\langle 1 | \mathbf{C} | 1 \rangle - \langle 3 | \mathbf{C} | 3 \rangle - \langle \bar{3} | \mathbf{C} | \bar{3} \rangle) = -\frac{4}{3}, \quad (1.33)$$

$$C^8 = \frac{1}{2} (\langle 8 | \mathbf{C} | 8 \rangle - \langle 3 | \mathbf{C} | 3 \rangle - \langle \bar{3} | \mathbf{C} | \bar{3} \rangle) = +\frac{1}{6}. \quad (1.34)$$

Az előjel kvark-kvark (qq) és kvark-antikvark ($q\bar{q}$) kölcsönhatás esetén is lehet negatív és pozitív is. A pozitív színfaktorokhoz tasztító potenciálok tartoznak,

$$V_{qq}^6 = +\frac{1}{3} \frac{\alpha_S}{r}, \quad (1.35)$$

$$V_{q\bar{q}}^8 = +\frac{1}{6} \frac{\alpha_S}{r}. \quad (1.36)$$

ennek pedig az a következménye, hogy se szextett dikvark, sem oktett kvark-antikvark párból álló összetett részecske nem létezhet. A negatív színfaktorokhoz viszont vonzó potenciálok tartoznak, melyek lehetővé teszik anti-triplett dikvarkok és szingulett mezonok keletkezését:

$$V_{qq}^{\bar{3}} = -\frac{2}{3} \frac{\alpha_S}{r}, \quad (1.37)$$

$$V_{q\bar{q}}^1 = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_S}{r}. \quad (1.38)$$

A fenti számítások a perturbációs számítás legalacsonyabb rendjében történtek, így kis távolságon tekinthetők csak jó közelítésnek. A magasabb rendben végzett számítások során divergenciák lépnek fel annak következtében, hogy az impulzusra vett integráloknak nincs felső határa. Ezekről az *ultraibolya* divergenciáktól meg lehet szabadulni renormalizációs eljárásokkal. Így pontosabb kifejezéseket kaphatunk, melyek nagyobb hőmérséklet- és sűrűség-tartományban is érvényesek. Az erős csatolás nagyobb értékei mellett azonban tetszőlegesen magas rendben végzett számítások sem adnak helyes eredményt, a perturbációs számítás nem konvergens. A fázisátalakulási pont környezetét tehát nemperturbatív módszerekkel is vizsgálni kell.

1.4. Rács-QCD eredmények

A térelméletek egy nemperturbatív megközelítése az, ha kontinuum mezők helyett diszkrét téridőrácsot vezetünk be, melyen a pályaintegrál módszer felhasználásával határozunk meg fizikai mennyiségeket. A diszkrétség miatt az ultraibolya divergenciák automatikusan regularizálódnak, ugyanis véges $a > 0$ rácsállandó esetén a maximális impulzus is véges: $p_{max} = \pi/a < \infty$.

Pályaintegrál és partíciós függvény. A pályaintegrálás módszere [25] formai hasonlóságot mutat a statisztikus fizikával, az állapotösszeg fogalmán keresztül. Egy H Hamilton-függvény által leírt rendszer statisztikai

állapotösszege

$$Z = \sum_i \langle i | e^{-\beta H} | i \rangle, \quad (1.39)$$

ahol a rendszer összes lehetséges állapotára összegzünk. Ha a vizsgált rendszer egy $\psi(x)$ erőter, melyet időben periodikus határfeltételek között vizsgálunk, akkor a pályaintegrált az

$$|i\rangle \longrightarrow |\psi(x)\rangle, \quad (1.40)$$

$$\sum_i \longrightarrow \int [d\psi], \quad (1.41)$$

$$\beta = 1/T \longrightarrow it_{\max} = \tau_{\max}. \quad (1.42)$$

behelyettesítésekkel kapjuk:

$$Z = \int [d\psi] \langle \psi(x) | e^{-\tau_{\max} H} | \psi(x) \rangle. \quad (1.43)$$

A képzetes idő bevezetése miatt az exponensben nem a szokásos Minkowski-hatás, hanem az euklideszi hatás szerepel:

$$\int d\tau H = - \int d\tau d^3x L|_{t=-i\tau} = \int d\tau d^3x L_E(\psi, \partial_\mu \psi) = S_E \quad (1.44)$$

ahol $L_E = -L|_{t=-i\tau}$ az euklideszi Lagrange sűrűség.

Az euklideszi, képzetes idő megfelel a statisztikus fizika inverz hőmérsékletének. Ha az integrálást $\tau_{\max} = N_\tau a$ időbeli kiterjedésű rácson végezzük, akkor (1.42) szerint a hőmérséklet és a rácscsillap között a következő összefüggés áll fenn:

$$T = \frac{1}{N_\tau a}. \quad (1.45)$$

Rács-mértékelmélet. Egy kontinuum mértéktérelmélet $A_\mu(x)$ mértékmezőjét rácskérelméletben a szomszédos rácspontokat összekötő szakaszokhoz tartozó ún. *link változók* helyettesítik. Az x_n és az $x_{n+\mu} = x_n + \Delta x_\mu$ rácspontok között a link változó

$$U_\mu(n) = \text{P exp} \left(ig \int_{x_n}^{x_{n+\mu}} dx^\nu A_\nu(x) \right), \quad (1.46)$$

ahol g a csatolási állandó, P pedig az útrendezés operátora. U_μ eleme a mértékcsoporthoz, így a mértéktranszformációk nem hagyják érintetlenül:

$$U_\mu(n) \longrightarrow G(n)U_\mu(n)G^{-1}(n+\mu). \quad (1.47)$$

Transzformációja nemlokális, hiszen a csoportelemnek a link mindkét végén felvett értéke, $G(n)$ és $G(n + \mu)$ is szerepel benne. Ha viszont egy zárt hurok — *Wilson loop* — mentén szorozzuk össze a link változókat, akkor az így kapott mennyiség lokálisan transzformálódik, így nyoma (*trace*) mértékinvariáns lesz. A legkisebb Wilson hurok az elemi négyzet — a *plaquette*:

$$P_{\square}(n, \mu\nu) = U_{-\nu}(n + \nu)U_{-\mu}(n + \mu + \nu)U_{\nu}(n + \mu)U_{\mu}(n) \quad (1.48)$$

A plaquette oldalai mentén számított szorzat nyoma az invariancia folytán a hatásfüggvényben is szerepel. A teljes euklideszi hatás

$$S_E = S_{EA} + S_{Eq}, \quad (1.49)$$

melyben a mértéktér járuléka

$$S_{EA} = -\frac{1}{2g^2} \sum_{n, \mu\nu} (\text{tr } P_{\square}(n, \mu\nu) + \text{tr } P_{\square}(n, \mu\nu)^*), \quad (1.50)$$

a tömeges $\psi(n)$ fermionmező járuléka pedig

$$\begin{aligned} S_{Eq} &= \frac{a^3}{2} \sum_{n, \mu} \bar{\psi}(n) \gamma_E^{\mu} (U_{-\mu}(n + \mu) \psi(n + \mu) - U_{\mu}(n - \mu) \psi(n - \mu)) \\ &+ ma^4 \sum_n \bar{\psi}(n) \psi(n), \end{aligned} \quad (1.51)$$

ahol a a rácsállandó. Lényeges, hogy a ψ fermionmező — ellentétben a mértékmezővel, — a rácspontokon értelmezett, nem pedig az éleken.

Egy tetszőleges $O(\psi, \bar{\psi}, A_{\mu})$ fizikai mennyiség várható értéke pályaintegrál módszerrel számítható, melyben a rács összes lehetséges konfigurációjára integrálunk. A várható érték

$$\langle O \rangle = \frac{\int [d\psi][d\bar{\psi}][dU] O e^{-S_E}}{Z}, \quad (1.52)$$

ahol $[df] = \prod_n df(n)$ az összes rácspontra vett integrálást jelenti,

$$Z = \int [d\psi][d\bar{\psi}][dU] e^{-S_E}, \quad (1.53)$$

pedig a partíciós függvény.

Kvarkbezárás. Vizsgáljuk egy statikus kvark, és egy tőle konstans R távolságban levő antikvark kvark kölcsönhatását. $V(r)$ klasszikus kölcsönhatási potenciált feltételezve, τ_{\max} idő elteltével az euklideszi hatás

$$S_{Ei} = \int_0^{\tau_{\max}} d\tau V(R) = \tau_{\max} V(R) \quad (1.54)$$

Ezzel ekvivalens klasszikus leírás, ha a statikus kvarkokat a hatásfüggvényben

$$j^\mu(x, \tau) = (\delta(x) - \delta(x - R), 0, 0, 0) \quad (1.55)$$

áramokként kezeljük:

$$S_{Ei} = -ig \int d\tau d^3x j^\mu A_\mu = -ig \int_0^{\tau_{\max}} d\tau (A_\tau(0) - A_\tau(R)). \quad (1.56)$$

Ennek az integrálnak $\tau_{\max} \gg R$ esetén egy Wilson hurok mentén történő integrálás felel meg, a rácstérelmélet szerint tehát

$$S_{Ei} = -\ln \langle \text{tr} \prod_i U_{c_i c_{i+1}}(c_i) \rangle. \quad (1.57)$$

Belátható, hogy $g \gg 1$ erős csatolás esetén egy c Wilson hurok várható értékének logaritmusai lineárisan változik az $R\tau_{\max}$ közrefogott területtel [24]:

$$\langle \text{tr} \prod_i U_{c_i c_{i+1}}(c_i) \rangle \propto \exp\left(-\ln(g^2) \frac{R\tau_{\max}}{a^2}\right), \quad (1.58)$$

Ezt felhasználva, (1.54) és (1.57) egyenlőségéből megkapható a kvark-antikvark pár kölcsönhatási potenciálja:

$$V_{\text{string}}(r) = \sigma r, \quad (1.59)$$

$$\sigma = -\frac{\ln(g^2)}{a^2}, \quad (1.60)$$

ahol σ a két részecskét „összekötő” húr (string) feszültsége. A string energiája a (1.59) kifejezés szerint a távolsággal arányosan nő, lehetetlenné téve ezzel a két részecske elszabadulását egymástól. Ez a jelenség a kvarkbezárás.

A fenti levezetés nagy g értékek esetén érvényes, általános esetben a potenciál számítását csak numerikusan lehet elvégezni. A numerikus rácsszámítások eredményét a tapasztalat szerint jól illeszti a string és a Coulomb potenciál összege, az ún. *Cornell potenciál* [26]:

$$V_{\text{conf.}}(r) = \sigma r - \frac{\alpha}{r}. \quad (1.61)$$

Kis távolságban, vagyis a pQCD által leírható tartományban a Coulomb tag, nagyobb távolságban pedig a string potenciál dominál.

Deconfinement és color screening (szín-árnyékolás). Az anyag sűrűségét vagy hőmérsékletét kellő mértékben növelve, az átlagos szabad úthossz elérheti a hurok átlagos hosszát. Egyre több húr fedi át egymást, leárnyékolva ezzel a végpontokon levő kvarkok és antikvarkok kölcsönhatását. A hurok felbomlanak, a részecskék között a kis hatótávolságú Coulomb kölcsönhatás válik dominánssá. Nagyobb távolságokon pedig az árnyékolás következtében a potenciál exponenciális csökkenése várható [27]:

$$V_{\text{deconf.}}(r) = -\frac{\alpha}{r}e^{-\mu r}, \quad (1.62)$$

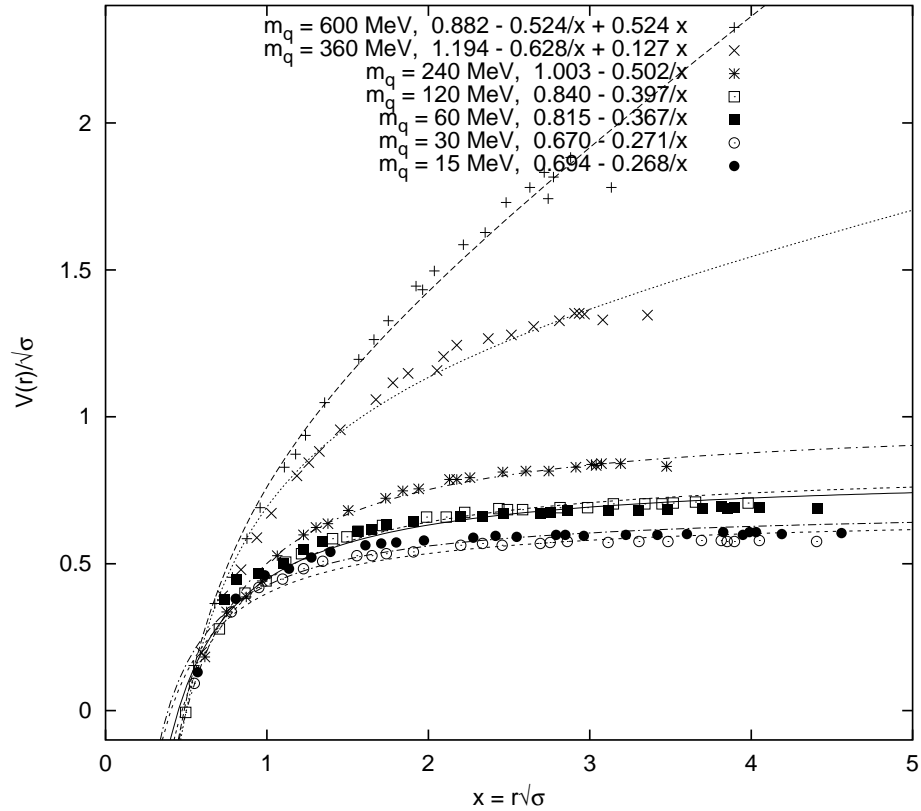
ahol μ az inverz árnyékolási hossz, más néven az effektív gluon tömeg.

1.5. Coulomb potenciál rács-QCD-ből

A nehézkvark-potenciál fázisátalakulás környékén felvett értékeit vizsgálta F. Karsch, E. Laermann és A. Peikert [28] $8^3 \times 4$ és $16^3 \times 4$ méretű rácsokon. $N_f = 3$ esetén a kritikus hőmérsékletre $T_c = (154 \pm 8)\text{MeV}$ értéket kaptak, melynek (1.45) szerint $a(T_c) = 1.64\text{GeV}^{-1} = 0.32\text{fm}$ rácsállandó felel meg. A potenciált $T = 0.97T_c$ hőmérsékleten a tömegeknek az alábbi táblázatban szereplő értékeire számolták:

$m_q a$	0.025	0.05	0.1	0.2	0.4	0.6	1.0
$m_q(0.97T_c)$ [GeV]	0.015	0.030	0.60	0.12	0.24	0.36	0.60

A potenciálra vonatkozó adatokra Coulomb- és Cornell potenciál-függvényeket illesztettem. A Coulomb-közelítés $0.97T_c$ hőmérsékleten kb. 300 MeV alatt a teljes vizsgált tömegtartományban, vagyis 15-től 240 MeV kvarktömegig felettből jónak bizonyult. Magasabb tömegekre (360 és 600 MeV) viszont a Coulomb mellé egy r -rel lineáris tagot is be kell vezetni a jó fitteléshez,

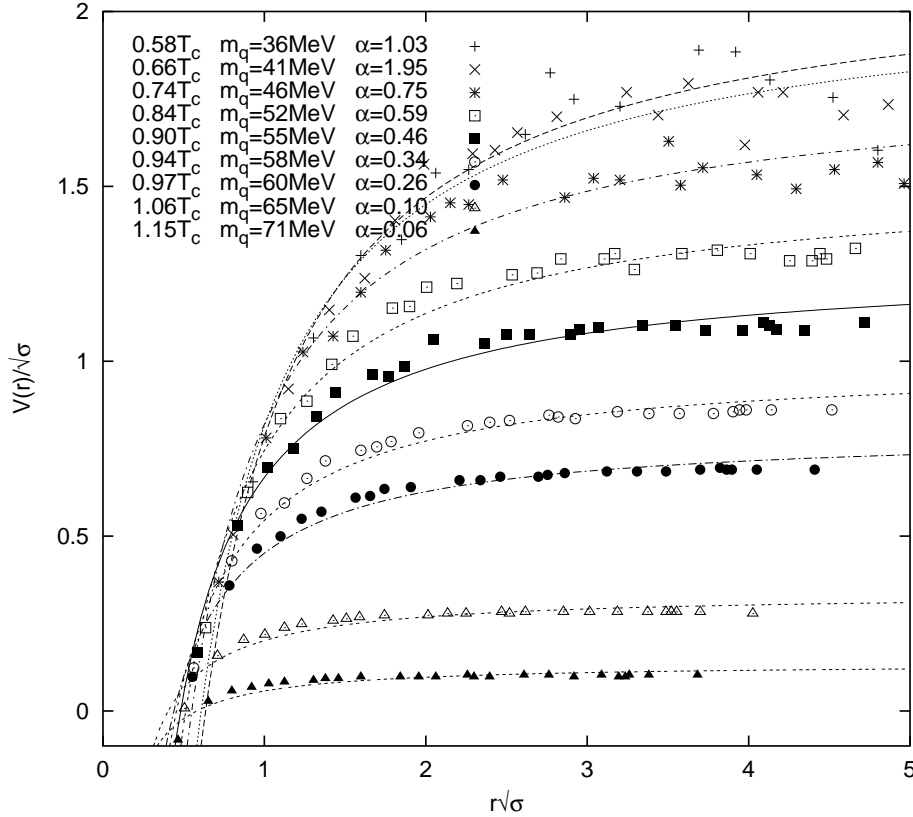


1.1. ábra. Nehézkvark potenciál tömegfüggése $T = 0.97T_c$ hőmérsékleten, $N_f = 3$ kvark íz és $N_\tau = 4$ időbeli kiterjedés esetén. Rács-QCD adatok [28] és Coulomb- illetve Cornell potenciál illesztések.

vagyis nagy tömegű kvarkok kölcsönhatása Cornell potenciállal írható le (1.1. ábra).

A szerzők a potenciál hőmérsékletfüggését is számolták, 60 MeV körüli kvarktömegre ($m_q a = 0.1$). Ez esetben a Coulomb potenciál a teljes vizsgált hőmérséklettartományban ($0.58 T_c \leq T \leq 1.15 T_c$) jó közelítés (1.2. ábra). Megfigyelhető továbbá, hogy a csatolási állandó, mint illesztési paraméter a hőmérséklet növekedésével gyorsan csökken (1.3. ábra).

Illesztéseim eredménye tehát azt mutatja, hogy a Coulomb potenciál meglepően széles tartományban jól írja le a kvark-antikvark kölcsönhatást, a csatolási állandó viselkedése pedig összhangban áll az aszimptotikus szabad-



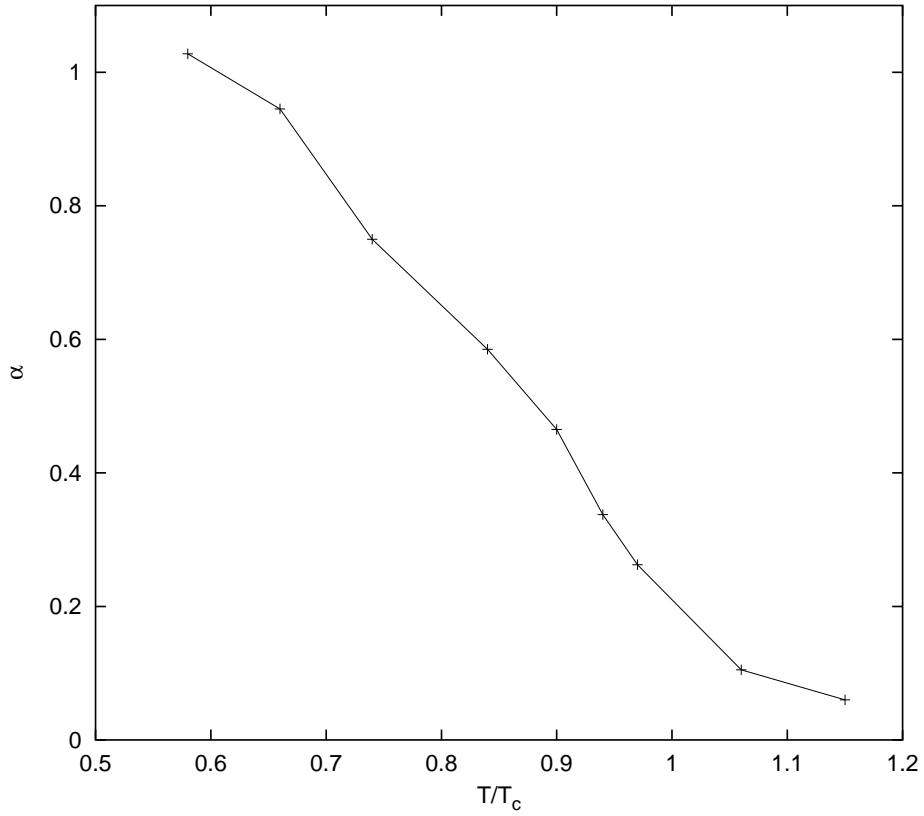
1.2. ábra. Potenciál hőmérsékletfüggése $m_q a = 0.1$ esetén. Rács-QCD adatok [28] és $V(r) = V_0 - \frac{4}{3} \frac{\alpha}{r}$ Coulomb függvény illesztések.

sággal.

1.6. Kvázirészecskék a plazmában

A kvázirészecskék kölcsönható részecskék közegében szabadon vagy közel szabadon terjedő gerjesztések, melyeknek töltései, spinje és egyéb kvantumszámjai egyeznek, tömege azonban különbözik az „igazi”, kölcsönható részecskéjétől. A kölcsönhatások beolvaszthatók a részecsketömegbe, a részecskét ilyenformán egy effektív tömegű kvázirészecskével helyettesítve.

A T hőmérsékletű kvarkanyagban szabadon mozgó transzverzális „kvázi-



1.3. ábra. A Coulomb potenciál illesztések α paramétere a hőmérséklet függvényében.

gluonok” diszperziós relációja nagyenergiás, $\omega, k \gg gT$ határesetben

$$\omega(k, T) = \sqrt{k^2 + M_{g,\infty}^2(T)}, \quad (1.63)$$

ahol ω a gerjesztés energiája, k az impulzusa. Az $M_{g,\infty}(T)$ mennyiség pedig a gluon termális tömegének tekinthető a nagy impulzusú határesetben [29].

$$M_{g,\infty}(T) = \frac{gT}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{N_f}{6}}. \quad (1.64)$$

A Debye árnyékolási tömeget, vagyis a statikus töltések között ható Yukawa potenciál tömeg paraméterét a gluon polarizációs tenzor kifejezéséből ala-

csony impulzusú határesetben lehet megkapni [29]. Értéke

$$M_D = M_{g,0} = \sqrt{2} \cdot M_{g,\infty} = gT \sqrt{1 + \frac{N_f}{6}}. \quad (1.65)$$

A kvarktömeg a kvark propagátor egyhurok közelítéséből kapható meg. Kis- illetve nagyimpulzusú határesetben az értéke [30]

$$M_{f,0}(T) = gT/\sqrt{6}, \quad (1.66)$$

$$M_{f,\infty}(T) = gT/\sqrt{3}. \quad (1.67)$$

A futó csatolási állandó értékére a kvázirészecskék kölcsönhatása esetén az alábbi közelítés használható [30]:

$$\alpha(T) = \frac{g^2(T)}{4\pi} = \frac{6\pi}{(33 - 2N_f) \ln F(T, T_c)}, \quad (1.68)$$

$$F(T, T_c) \simeq 1.03 \cdot \frac{18}{18.4 \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right) + 1} \cdot \frac{T}{T_c}. \quad (1.69)$$

A csatolást a kritikus hőmérsékleten kiértékelve és az effektív tömegeket egy adott T_c érték feltevésével számolva belőle, a következő táblázatot kapjuk:

N_f	$\alpha(T_c)$	$T_c = 170 \text{ MeV}$			
		$M_{f,0}(T_c)$	$M_{f,\infty}(T_c)$	$M_{g,0}(T_c)$	$M_{g,\infty}(T_c)$
2	1.54	305 MeV	432 MeV	864 MeV	611 MeV
3	1.66	317 MeV	448 MeV	950 MeV	671 MeV

$N_f = 3$ és kis impulzusok esetén az alábbi eredményt kapjuk az effektív kvark- illetve gluontömegekre:

$$M_f(T_c = 170 \text{ MeV}) \simeq 320 \text{ MeV}, \quad (1.70)$$

$$M_g(T_c = 170 \text{ MeV}) \simeq 950 \text{ MeV}. \quad (1.71)$$

Az effektív gluontömeg jóval nagyobb, mint a kvarktömeg, így kémiai egyensúly fennállása esetén a gluonok száma a kvarkok számához képest kicsi: $n_g/n_f \sim e^{-(M_g - M_f)/T} \sim 2 \cdot 10^{-2}$. A kritikus hőmérséklet környékén tehát az anyag tömeges, gyengén kölcsönható kvarkokból és antikvarkokból álló, elhanyagolható számú gluont tartalmazó plazma.

2. fejezet

Hidrodinamikai leírás

Feltételezzük, hogy a nehézionütközés során keletkező kvarkanyag időfejlődésének van egy olyan, hadronizáció előtti szakasza, melyben a részecskekeltés elhanyagolható, az anyag pedig ideális folyadékként írható le. Hasonló közelítés érvényes a végállapotbeli hadronanyagra, a kifagyás után.

2.1. Ideális folyadék dinamikája

Ha nincs kölcsönhatás, akkor tetszőleges $\Delta^3 p$ impulzustérfogatban megmarad a részecskeszám. A $\Delta^3 p$ -ben levő részecskék áramlási négyesvektora

$$N^\mu(x) = \int_{\Delta^3 p} \frac{d^3 p}{p^0} p^\mu f(x, p), \quad (2.1)$$

ahol f a fázistérbeli eloszlásfüggvény. A részecskeszám megmaradása azt jelenti, hogy bármilyen $\Delta^4 x$ négyestérfogatba bemenő, és abból kijövő világvonalak száma megegyezik. Legyen $S(\Delta^4 x)$ a négyestérfogat határfelülete. Ekkor a kijövő és bemenő részecskék számának különbsége

$$\Delta N = \int_{S(\Delta^4 x)} d^3 \sigma_\mu N^\mu(x) = \int_{S(\Delta^4 x)} d^3 \sigma_\mu \int_{\Delta^3 p} \frac{d^3 p}{p^0} p^\mu f(x, p) \quad (2.2)$$

$$= \int_{\Delta^4 x} d^4 x \int_{\Delta^3 p} \frac{d^3 p}{p^0} p^\mu \partial_\mu f(x, p) = 0, \quad (2.3)$$

ahol felhasználtuk a Gauss tételt. Mivel a (2.3) egyenlet tetszőleges $\Delta^4 x$ és $\Delta^3 p$ térfogatelemekre teljesül, az integrálást el is hagyhatjuk. A szabad

áramlást (*free streaming*) a kölcsönhatásmentes folyadék Boltzmann egyenlete —, a Vlasov egyenlet — írja le:

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) = 0. \quad (2.4)$$

Vezessük be az n invariáns sűrűséget és az u^μ áramlási vektort, Eckart-féle definícióval [13]:

$$N^\mu = nu^\mu. \quad (2.5)$$

Ekkor a (2.4) egyenletet p^0 -lal osztva, térkoordinátákra kiintegrálva, és felhasználva a (2.1) definíciót, megkapjuk a kontinuitási egyenletet:

$$\partial_\mu (nu^\mu) = 0, \quad (2.6)$$

A rendszer dinamikáját mikroszkopikusan a (2.4) Boltzmann egyenlet, makroszkopikusan pedig az energia-impulzus tenzor négyesdivergenciájának eltűnése írja le [13]:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0. \quad (2.7)$$

Az anyag izotróp voltának következtében az energia-impulzus tenzor az áramlással együttmozgó rendszerben csak két változótól, az ε energiasűrűségtől és a P nyomástól függ. Tetszőleges vonatkoztatási rendszerben a következő kovariáns képlet érvényes:

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu} P, \quad (2.8)$$

amely a kompakt folyadékokat írja le. Ekkor, a (2.7) egyenletet u_ν -vel beszorozva megkapjuk az ε energiasűrűség időfejlődését leíró egyenletet:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + (\varepsilon + P)\partial_\mu u^\mu = 0, \quad (2.9)$$

ahol $\partial/\partial\tau = u^\mu \partial_\mu$. P időfejlődését a (2.7) egyenletnek az u_ν -re merőleges $\Delta'_\lambda = \delta'_\lambda - u_\lambda u^\nu$ projektossal végzett szorzata adja:

$$u_\lambda \frac{\partial P}{\partial \tau} - \partial_\lambda P + (\varepsilon + P)\frac{\partial u_\lambda}{\partial \tau} = 0. \quad (2.10)$$

2.2. Relativisztikus nehézionütközések

Egy nagyenergiás nehézionütközést a tömegközépponti rendszerben célszerű leírni. Kezdetben az A és a B mag egymással szemben, közel fénysebességgel mozog a z tengelyen, egészen az origóban történő ütközésig (2.1. ábra). A magok a Lorentz kontrakció következtében elhanyagolható vastagságú lemezekké válnak, így az ütközés gyakorlatilag pillanatszerű.

Tegyük fel, hogy az ütközés után keletkező kvarkanyag egy kollektív áramlással jellemezhető állapotba kerül. Az áramlás közel gömbszimmetrikus magok centrális ütközése esetén nyilván hengersizmetrikus. Tételezzük fel továbbá, hogy a sugárirányú komponens zérus. A kísérletekben tapasztalt rapiditáseloszlások „plató” jellege pedig longitudinális irányú boost invarianciára utal. Az az áramlási profil, amely mindezeket a tulajdonságokat mutatja, a Bjorken áramlás, melynek négyessebessége a következő:

$$u^\mu = \left(\frac{t}{\sqrt{t^2 - z^2}}, 0, 0, \frac{z}{\sqrt{t^2 - z^2}} \right) = (\text{ch } \eta, 0, 0, \text{sh } \eta), \quad (2.11)$$

ahol η a koordináta-rapidity. Homogén anyag tágulása esetén az áramlásra merőleges hiperfelületeken minden pont ekvivalens. Emiatt tehát a tágulás természetes időkoordinátája nem t , hanem a hiperfelületeket paraméterező τ sajátidő, melyet a $\partial_\tau = u^\mu \partial_\mu$ egyenlőség definiál. A $\tau = 0$ pontot válasszuk az ütközés időpontjának.

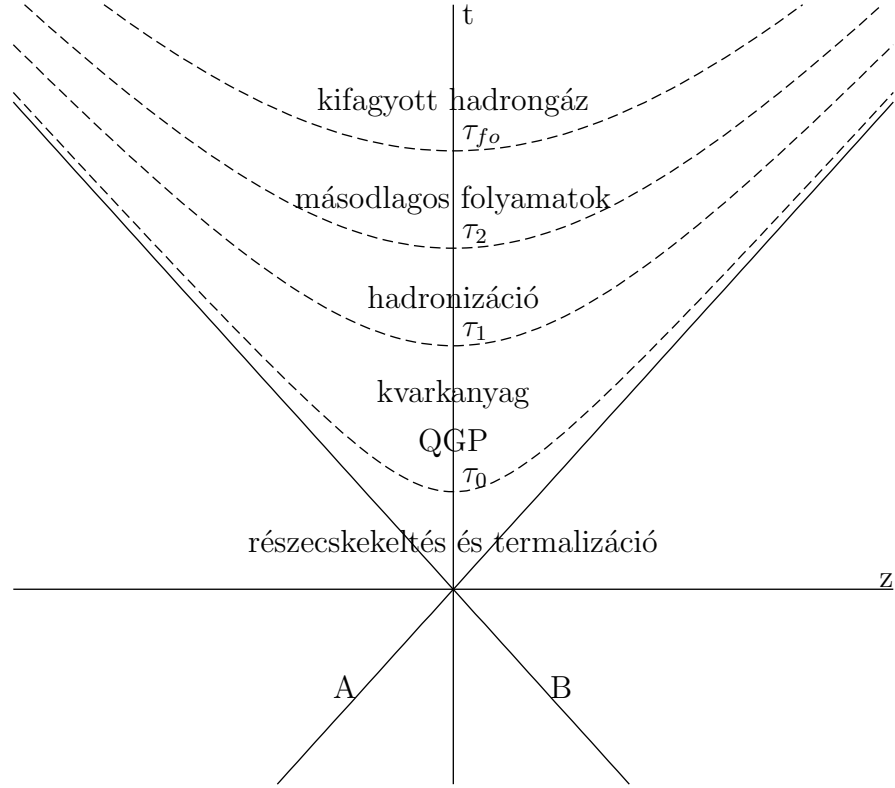
A nukleonok ekkor fragmentálódnak (deconfinement), kvark-antikvark párok keletkeznek, és a létrejövő nagy sűrűségű anyag tágulni és termalizálódni kezd. A QGP kialakulása a $\tau = \tau_0$ pillanatban fejeződik be, az anyag fejlődése ezután hidrodinamikai módszerrel követhető.

A τ_0 időpontot a részecskekeltés időpontjából lehet megbecsülni, melyet különböző modellek 0.4 – 1.2 fm intervallumba tesznek [24]. Bjorken becslése szerint $\tau_0 = 1$ fm [31].

τ_0 és a középső rapiditástartománybeli (mid rapidity) részecskeszámok ismeretében a kezdeti energiasűrűség is megbecsülhető [31]:

$$\varepsilon_0 = \sum_i \frac{m_{Ti}}{\tau_0 \mathcal{A}} \left(\frac{dN_i}{dy} \right)_{y=0}, \quad (2.12)$$

ahol $m_{Ti} = \sqrt{m_i^2 + p_{Ti}^2}$ egy részecske transzverzális tömege, \mathcal{A} pedig a magok átfedési keresztmetszete az ütközésben.



2.1. ábra. Nehézion-ütközés tér-idő diagramja.

Tegyük fel, hogy a kezdőfeltételek boost-invariánsak, vagyis az áramlásal együttmozgó hiperfelület minden pontján ugyanannyi a termodinamikai változók értéke. Az időfejlődést ekkor a (2.9) dinamikai egyenlet és az $\varepsilon(\tau)$, $P(\tau)$, $T(\tau)$ függvények írják le.

Tömegtelen kvarkok és gluonok ideális gázában az energiasűrűség és a nyomás között a $P = \varepsilon/3$ állapotegyenlet teremt kapcsolatot. Feltéve, hogy az anyag áramlását a (2.11) longitudinális Bjorken flow írja le, a (2.9) differenciálegyenlet megoldása a következő:

$$\varepsilon(\tau) = 3P(\tau) = \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{4/3} \varepsilon_0. \quad (2.13)$$

A (1.4-1.5) egyenletek felhasználásával a hőmérséklet időfüggése

$$T(\tau) = \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{1/3} T_0. \quad (2.14)$$

Ezt felhasználva, a (1.2-1.3) egyenletekből azt kapjuk, hogy a részecskesűrűségek a sajátidővel fordítottan arányosan változnak:

$$\frac{n_q(\tau)}{n_q(\tau_0)} = \frac{n_{\bar{q}}(\tau)}{n_{\bar{q}}(\tau_0)} = \frac{n_g(\tau)}{n_g(\tau_0)} = \frac{\tau_0}{\tau}. \quad (2.15)$$

Az entrópiasűrűség az energiasűrűséggel és a nyomással ideális gáz esetén a következő relációban van:

$$s = \frac{\varepsilon + P}{T}. \quad (2.16)$$

A (2.13) és (2.14) egyenletekből következik, hogy az entrópiasűrűség időfüggése a részecskesűrűséghez hasonló:

$$s(\tau) = \frac{\tau_0}{\tau} s(\tau_0). \quad (2.17)$$

A teljes részecskeszám és a teljes entrópia egyaránt konstans, a Bjorken áramlással jellemzett tágulás adiabatikus.

2.3. Egy egzakt nemrelativisztikus megoldás

A kvark-hadron fázisátalakulás kritikus hőmérsékletéhez (160-180 MeV) felülről közeledve a plazmát alkotó kvázirészecskék tömege nem csökken le zérusra, a termikus kvarktömeg 300-450 MeV, a gluontömeg 600-1000 MeV értékeket is felvehet.¹ A részecsketömegek nagy értékeinek következtében lehetővé válhat a nemrelativisztikus közelítés használata a fázisátalakulás-környéki folyamatok hidrodinamikai leírásában.

A hidrodinamikai egyenletek nemlineárisak, ezért kevés egzakt megoldásuk van. Egy ilyen megoldást Bondorf, Garpman és Zimányi talált táguló tűzgolyókra [32]. Ebben az alfejezetben egy általunk talált új megoldásról lesz szó, melyet általánosítottunk hőfejlődés és (pl. sugárzás által történő) energiaveszteség esetére is [7].

Tegyük fel, hogy az áramlási sebesség kicsi a fénysebességhez képest, a részecskék energiája pedig nyugalmi tömegükhöz képest:

$$v \ll 1, \quad P \ll \varepsilon \simeq mn. \quad (2.18)$$

¹A termikus tömegeket a diszperziós relációból kaphatjuk, lásd az 1.6. alfejezetet.

A (2.6) kontinuitási egyenlet ekkor a következő alakban írható fel:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}n) = 0. \quad (2.19)$$

Legyen $\epsilon = \varepsilon - mn$. A (2.9-2.10) egyenletek nemrelativisztikus formája a lokális energiamegmaradás és az Euler egyenlet:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}\epsilon) = -P\nabla\mathbf{v}, \quad (2.20)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right)\mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{mn}. \quad (2.21)$$

A nemrelativisztikus ideális gáz állapotegyenletek a következők:

$$\epsilon(\mathbf{r}, t) = \frac{3}{2}P(\mathbf{r}, t), \quad (2.22)$$

$$P(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, t)T(t). \quad (2.23)$$

A (2.19-2.23) egyenletek általunk talált új, egzakt megoldása [7]:

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{N}{(2\pi R^2(t))^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{2R^2(t)}\right), \quad (2.24)$$

$$T(t) = \frac{T_0}{\varphi(t)}, \quad (2.25)$$

$$R^2(t) = R_0^2\varphi(t), \quad (2.26)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{\dot{\varphi}(t)}{2\varphi(t)}\mathbf{r}, \quad (2.27)$$

ahol a tágulást jellemző φ skálafaktor időfüggését az alábbi alakban határoztam meg [7]:

$$\varphi(t) = \left(1 + \frac{t - t_0}{\tau_0}\right)^2 + \frac{T_0}{T_G} \left(\frac{t - t_0}{\tau_0}\right)^2, \quad (2.28)$$

$$T_G = mu_0^2. \quad (2.29)$$

Az $u_0 = R_0/\tau_0$ mennyiség a karakterisztikus tágulási sebesség. Ez a nemrelativisztikus hidrodinamikai egyenleteknek [13] egy új megoldása. Az áramlási sebességprofil ugyanaz, mint amit Zimányi, Bondorf és Garpman találtak [32], de a hőmérséklet- és a sűrűségeloszlások különböznek.

Vizsgáljuk meg az f fázistérbeli eloszlásfüggvényt. Levezethető, hogy f lokálisan Maxwell-Boltzmann eloszlás, a tér és az idő minden pontjában:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = C \exp\left(-\frac{r^2}{2R^2(t)} - \frac{(\mathbf{p} - m\mathbf{v}(\mathbf{r}, t))^2}{2mT(t)}\right), \quad (2.30)$$

$$C = \frac{N}{(4\pi^2 m T_0 R_0^2)^{3/2}}. \quad (2.31)$$

Tegyük fel, hogy az anyag a $t = t_0$ időpontban keletkezett egy pillanatszerű \mathcal{S} forrás által. Az eloszlásfüggvény $t > t_0$ esetben kölcsönhatásmentes Boltzmann egyenlet szerint fejlődik:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right) f = \mathcal{S}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = C \exp\left(-\frac{r^2}{2R_0^2} - \frac{\left(\mathbf{p} - \frac{m}{\tau_0}\mathbf{r}\right)^2}{2mT_0}\right) \delta(t - t_0). \quad (2.32)$$

A kölcsönhatásmentes Boltzmann egyenletnek vannak más, ismert megoldásai (lásd [33]), ezek azonban nem megoldásai a hidrodinamikai egyenleteknek, a lokális momentumeloszlás nem követi a Maxwell-Boltzmann eloszlást.

Az entrópiasűrűséget megkaphatjuk a kinetikus elméletből, (2.30-2.31) felhasználásával:

$$s(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{r^2}{2R^2(t)} - \ln N + \frac{3}{2} \ln(4\pi^2 m T(t) R^2(t)) + \frac{5}{2}\right) n(\mathbf{r}, t). \quad (2.33)$$

A teljes, térre kiintegrált entrópia pedig

$$S(t) = S_{\text{ideal}} + \frac{3}{2} N = \text{const}, \quad (2.34)$$

ahol S_{ideal} az ideális gáz entrópiája, T_0 hőmérsékleten és $V_G = (2\pi)^{3/2} R_0^3$ térfogatban. Egy rendszer termodinamikáját nem változtatja extenzív mennyiségeknek az entrópiához történő hozzáadása (lásd ref. [34]). Ez esetben az entrópia az ideális gázétól egy extenzív mennyiségben különbözik, a rendszer termodinamikája tehát az ideális gázéval egyezik. Belátható továbbá, hogy a folyamat *lokálisan izentropikus*:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}s) = 0. \quad (2.35)$$

Az eloszlásfüggvény térre történő kiintegrálásával, (2.30-2.31) felhasználásával megkapható a momentumspektrum, amely — kölcsönhatások híján —

időfüggetlennek adódik:

$$N_1(\mathbf{p}) = N_1(\mathbf{p}, t) = \frac{N}{(2\pi m T_*)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m T_*}\right), \quad (2.36)$$

$$T_* = T_0 + m u_0^2. \quad (2.37)$$

Érdeemes meghatározni a teljes energiát, a rendezetlen hőmozgásból származó energiát (E_{heat}), és a rendezett mozgásból származó, „áramlási energiát” (E_{flow}). Az eredmény:

$$E_{\text{tot}} = \frac{3}{2} N T_* = \text{const}, \quad (2.38)$$

$$E_{\text{heat}}(t) = \frac{3}{2} N T(t), \quad (2.39)$$

$$E_{\text{flow}}(t) = E_{\text{tot}} - E_{\text{heat}}(t), \quad (2.40)$$

ahol a hőmérséklet időfüggését a (2.25, 2.28) egyenletek adják.

Általánosabb megoldások. A hidrodinamikai egyenletek fenti megoldását többféle módon lehet általánosítani. Egy lehetséges mód az inhomogén hőmérsékletprofil bevezetése [35]. Ilyen hőmérsékletprofil ismert analitikus megoldásokban is jelen van, lásd ref. [32]. Mi más utat választottunk, azt vizsgáltuk, hogy a lokális hőfelvételt vagy -leadást milyen módon írhatnánk le. Egy egyszerű, „játék” modellt vezettünk be, amely alkalmazható annak a tanulmányozására, hogy egy kémiai vagy magreakciókban történő hőfejlődés, vagy a rendszer sugárzás útján történő hűlése milyen hatásokkal jár. Ezeknek a folyamatoknak a mikroszkopikus részleteivel nem számolunk, a hőfejlődés forrása, illetve a kisugárzott energia pedig nem része a vizsgált rendszernek. Így e folyamatok a rendszer „teljes” energiáját változtatják.

Vezessünk be egy extra forrástagot a (2.20) energiaegyenletbe:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}\varepsilon) + P\nabla\mathbf{v} = \frac{3}{2} j(t)n(\mathbf{r}, t)T(t). \quad (2.41)$$

Ez a tag a legegyszerűbb modellje a hőfejlődésnek ($j(t) > 0$), és az energialeadásnak ($j(t) < 0$) is, amely például sugárzás útján történhet. Ekkor (2.25) helyett egy általánosabb megoldását kapjuk a kontinuitási egyenletnek, amely a (2.24-2.27) megoldástól csak a hőmérséklet és a φ függvény időfüggésében különbözik:

$$T(t) = T_0 \frac{h(t)}{\varphi(t)}, \quad (2.42)$$

$$R^2(t) = R_0^2 \varphi(t), \quad (2.43)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{\dot{\varphi}(t)}{2\varphi(t)} \mathbf{r}, \quad (2.44)$$

ahol bevezettük a h függvényt. Ez a paraméterezés akkor elégíti ki a hőmérsékletre és a sugárra vonatkozó határfeltételeket, ha $\varphi(t_0) = h(t_0) = 1$. Behelyettesítve az energiasűrűség (2.22) és a nyomás (2.23) kifejezését a módosított (2.41) energiaegyenletbe, a (2.42-2.44) paraméterezést használva, a következő differenciálegyenletet kapjuk h -ra:

$$\dot{h}(t) = h(t)j(t). \quad (2.45)$$

Az energiaegyenletben a forrástag hozzáadása eltérést okoz az izentropikus (2.35) tágulástól, illetve kontrakciótól. A (2.33), (2.19) és (2.42-2.45) egyenletekből a lokális entrópiaprodukció

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}s) = \frac{3}{2}jn. \quad (2.46)$$

A (2.45) differenciálegyenlet megoldása

$$h(t) = \exp\left(\int_{t_0}^t dt' j(t')\right). \quad (2.47)$$

A φ függvényt meghatározza a (2.21) Euler egyenlet:

$$\ddot{\varphi}(t)\varphi(t) - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2(t) = \frac{2T_0}{mR_0^2}h(t). \quad (2.48)$$

Tegyük fel, hogy $j(t) = \text{const} \neq 0$. Ekkor a (2.48) egyenletnek két exponenciális megoldása van:

$$\varphi(t) = e^{\frac{1}{2}j \cdot (t-t_0)}, \quad h(t) = e^{j \cdot (t-t_0)}, \quad j = \pm \sqrt{\frac{16T_0}{mR_0^2}}. \quad (2.49)$$

A $j > 0$ eset az exponenciális tágulás és melegedés, melyet egy külső energiaforrás táplál. A $j < 0$ eset pedig energialeadás, például sugárzás által. A \mathbf{v} áramlás mindkét esetben független az időtől.

Algoritmus új megoldások generálására. A nemrelativisztikus hidrodinamikai egyenletekre a következő módszerrel kereshetünk új megoldásokat:

1. Válasszunk egy $\varphi(t)$ függvényt, és válasszuk meg a T_0 , m , R_0^2 konstansokat olyan módon, hogy

$$\ddot{\varphi}(t_0) - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2(t_0) = \frac{2T_0}{mR_0^2}, \quad \varphi(t_0) = 1. \quad (2.50)$$

2. Határozzuk meg a $h(t)$ függvényt a (2.48) egyenletből.
3. Határozzuk meg a $j(t)$ forrást a (2.45) egyenletből.

Ekkor, a kapott $\varphi(t)$, $h(t)$ és $j(t)$ függvényeket a (2.42-2.44) egyenletekbe behelyettesítve, kapunk egy megoldást a (2.19, 2.21, 2.41) egyenletekre. Az egyetlen konzisztenciakritérium $T(t) > 0$, amely a $h(t)/\varphi(t) > 0$ feltétellel ekvivalens.

3. fejezet

A fázisátmenet fenomenologikus leírása

3.1. Egyensúlyi modellek

A nehézionütközések makroszkopikus, hidrodinamikai alapú modelljei az ε energiasűrűség, az n_i részecskesűrűségek és a P nyomás változók segítségével írják le a rendszer állapotát. A hidrodinamikai egyenletek akkor válnak teljessé, ha lokális termodinamikai egyensúlyt feltételezünk és bevezetünk egy $P = P(\varepsilon, n_i)$ alakú *állapotegyenletet*. Ideális folyadék esetén ekkor az entrópia megmarad, $s/n_B = const.$, ahol n_B a bariontöltés-sűrűség.

Vizsgáljuk meg a kvark-hadron fázisátalakulás időfejlődését ideális folyadék feltételezésével. Tegyük fel továbbá, hogy a kevert fázisban a kvarkok, gluonok és a hadronok tömege egyaránt elhanyagolható. A Stefan-Boltzmann törvény szerint ekkor az f_h szabadsági fokú hadrongáz energiasűrűsége és nyomása

$$\varepsilon_h(T) = \frac{\pi^2}{30} f_h T^4 \quad (3.1)$$

$$P_h(T) = \frac{\pi^2}{90} f_h T^4. \quad (3.2)$$

A magas hőmérsékletű kvark-gluon plazma energiasűrűségét és nyomását hasonló módon a (1.4-1.5) kifejezések írják le, azonban a kritikus hőmérséklet környékén egy fenomenologikus paramétert, a B zsákállandót is be kell

vezetünk:

$$\varepsilon_{qg}(T) = \frac{\pi^2}{30} f_{qg} T^4 + B, \quad (3.3)$$

$$P_{qg}(T) = \frac{\pi^2}{90} f_{qg} T^4 - B. \quad (3.4)$$

Elsőrendű fázisátalakulás esetén az intenzív mennyiségek a két fázisban megegyeznek, így összefüggéseket kaphatunk a kritikus hőmérséklet, a nyomás és a zsákállandó között:

$$P_{qg}(T_c) = P_h(T_c) = P_c. \quad (3.5)$$

$$B = \frac{\pi^2}{90} (f_{qg} - f_h) T_c^4, \quad (3.6)$$

$$P_c = \frac{\pi^2}{90} f_h T_c^4. \quad (3.7)$$

A kevert fázisban az extenzív mennyiségek, mint például az energiasűrűség, a kvark-gluon fázis α részarányától függ:

$$\varepsilon(T_c) = \varepsilon_{qg}(T_c)\alpha + \varepsilon_h(T_c)(1 - \alpha). \quad (3.8)$$

Behelyettesítve a (3.1, 3.3, 3.6) kifejezéseket, az energiasűrűséget megkaphatjuk α és T_c függvényében:

$$\varepsilon = \frac{\pi^2}{90} T_c^4 (3f_h + 4(f_{qg} - f_h)\alpha). \quad (3.9)$$

A dinamikai fejlődést a (2.9) differenciálegyenlet írja le, amelybe a (3.9) kifejezést behelyettesítve, longitudinális Bjorken áramlás (2.11) esetén a

$$\frac{d\alpha}{d\tau} + \frac{1}{\tau} \left(\frac{f_h}{f_{qg} - f_h} + \alpha \right) = 0 \quad (3.10)$$

differenciálegyenletet kapjuk. Adott határfeltétel esetén ennek megoldásával megkaphatjuk α időfüggését. Tegyük fel, hogy a hadronizáció a τ_1 időpontban kezdődik és a τ_2 időpontban végződik:

$$\alpha(\tau_1) = 1, \quad (3.11)$$

$$\alpha(\tau_2) = 0. \quad (3.12)$$

Ekkor a (3.10) differenciálegyenlet megoldása:

$$\alpha(\tau) = \frac{f_{qg}}{f_{qg} - f_h} \frac{\tau_1}{\tau} - \frac{f_h}{f_{qg} - f_h}. \quad (3.13)$$

A hadronizáció végének időpontja az (3.12) feltétel alkalmazásával állapítható meg:

$$\tau_2 = \frac{f_{qg}}{f_h} \tau_1. \quad (3.14)$$

Két könnyű kvark ($N_f = 2$) figyelembe vétele esetén $f_{qg} = 37$, a könnyű hadronanyag pedig $f_h = 3$ szabadsági fokú piongáz lehet. A hadronizáció végének időpontja ekkor $\tau_2 \simeq 12.3\tau_1$.

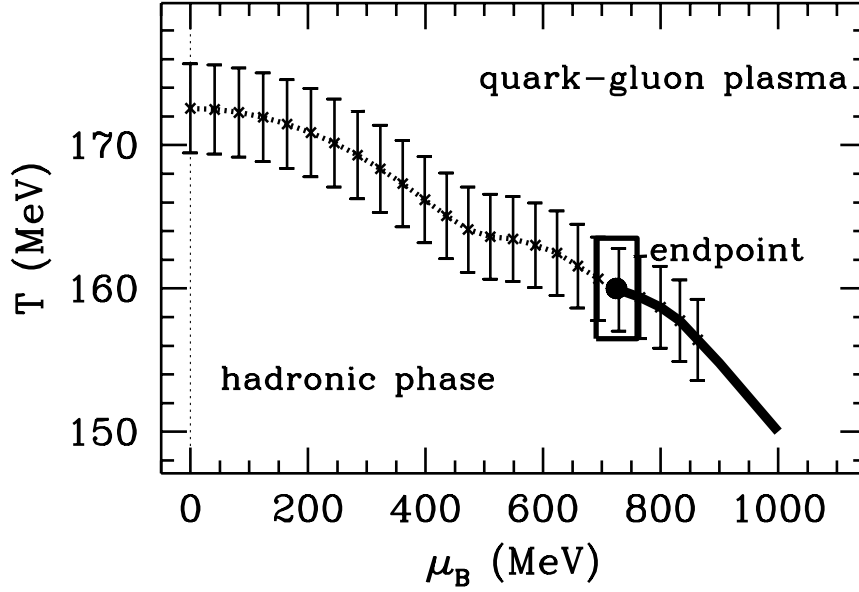
3.2. Az átalakulás hőmérséklete

A rács-QCD szerint az elsőrendű fázisátmenet elképzelése nem feltétlenül teljesül. Zérus kémiai potenciál ($\mu_B = 0$) esetén két szélsőséges esetet van, amit érdemes vizsgálni. Elméleti megfontolások [36] és rácsszámolások [37] szerint a fázisátalakulás elsőrendű, ha a ritka kvarktömeg (m_s) ugyanolyan kicsi, mint az u és d kvarkok tömege (m_q). Végtelen nagy ritka kvarktömeg esetén azonban nincs fázisátalakulás, csak egy analitikus „crossover”. Ebben az esetben a megfigyelhető mennyiségek gyorsan változnak ugyan, de nem jelennek meg szingularitások. E két szélsőséges eset között van egy kritikus ritka kvarktömeg, amelynél a fázisátalakulás másodrendű. Rácsszámolások szerint a kritikus m_s tömeg a fizikai tömegnél kisebb (nagyjából a fele, lásd ref. [38]), vagyis az átalakulás csak crossover lehet. A kémiai potenciál nagy értékeire azonban több különböző modell is [39] elsőrendű fázisátalakulást jósol. A $\mu_B - T$ síkon tehát az elsőrendű fázisátalakulás vonala egy $\mu_B \neq 0$ kritikus pontban végződik, amely alatt crossover a folytatás. A 3.1. ábrán a rácsszámolásból kapott fázisdiagram látható [40].

A barion kémiai potenciál értéke megbecsülhető az antiproton-proton arányból:

$$N_{\bar{p}}/N_p \sim e^{-\frac{2\mu_B}{T}}, \quad (3.15)$$

$$\mu_B \sim \frac{T}{2} \ln \left(\frac{N_p}{N_{\bar{p}}} \right) \quad (3.16)$$



3.1. ábra. Fázisdiagram a Fodor-Katz féle rácsszámolások szerint [40]. Az egyenes vonal az elsőrendű fázisátalakulás, a pontozott vonal a crossover görbéje.

CERN SPS ólom-ólom ütközésekben $N_{\bar{p}}/N_p \sim 0.1$, ezt behelyettesítve a (3.16) egyenletbe, a $\mu_B \sim 1.15T$ összefüggést kapjuk. A hőmérséklet és a kémiai potenciál tehát azonos nagyságrendbe kell, hogy essen, így a 3.1 ábra szerint az elsőrendű fázisátalakulás ki van zárva, az átmenet csak crossover lehet. A $T = 155 - 175$ MeV hőmérsékletértékek (3.16) egyenletbe való behelyettesítésével számszerű becslést is adhatunk a kémiai potenciál értékére: $\mu_B \sim 180 - 200$ MeV. Visszatérve a fázisdiagramra, μ_B közelítő értékének ismeretében pontosíthatjuk az átalakulási hőmérsékletet: $T \sim 170 \pm 6$ MeV.

A kapott eredmény összhangban van termális modellekkel is, lásd pl. ref. [41] ($T = 168 \pm 2.4$ MeV).

3.3. Nem-egyensúlyi modellek

A mikroszkopikus kölcsönhatási mechanizmusokat feltételező modellek lehetővé teszik a sokrészecske-rendszerek nem-egyensúlyi leírását, a lokális termodinamikai egyensúlytól távoli állapotok vizsgálatát. Ilyenek a hadron-,

húr- (string) és partonkaszádok, a molekulárdinamikai és a kvark-koaleszcencia modellek. Mikroszkopikus modellekben is lehetőség van egyensúlyhoz közeli állapotok létrejöttére, de ehhez az szükséges, hogy a részecskék között elegendően nagy számú ütközés történjen. Az elasztikus ütközések a lokális termikus egyensúly, az inelasztikus ütközések pedig a kémiai egyensúly irányába mozdítják a rendszert. Az egyensúly kialakulásának tehát az a feltétele, hogy a vizsgált folyamat elég lassú legyen ahhoz, hogy kellő számú ütközés történhessen.

Egy *hadronkaszád* modell, az UrQMD [19] felhasználásával a termodinamikai egyensúly kialakulására vonatkozó vizsgálatokat végeztek $A + A$ ütközésekre a $10.7A \text{ GeV} \leq E_{\text{lab}} \leq 160A \text{ GeV}$ energiatartományban, vagyis AGS-től CERN SPS energiákig [42]. Eredményül azt kapták, hogy az ütközés középpontjában levő, 125 fm^3 térfogatú részben kialakul egy kvázi-egyensúlyi állapot, amely AGS energia esetén közel van az egyszerű, statisztikus mechanikai modell által leírt egyensúlyhoz. Magasabb energiákon azonban lényeges eltérések tapasztalhatók az egyensúlytól, a pionok száma például kétszerese annak, amennyit a $\mu_\pi = 0$ kémiai potenciált feltételező termikus modell adna. A nyomás kezdetben anizotróp, ami azt jelenti, hogy a rendszert a lokális termikus egyensúly feltételezésével nem lehet leírni. Csak $t_{\text{eq}} \simeq 10 \text{ fm}/c$ környékén válik a nyomás izotróppá. A nagyenergiájú ütközések tehát az eredmény szerint túlságosan is gyors folyamatok ahhoz, hogy egyensúlyi leírással végigkövethetők legyenek.

Az MPC *parton kaszkád* felhasználásával egy tömegtelen partonokból álló rendszer időfejlődését követték, RHIC energián realizisztikusnak tekinthető kezdeti feltételekkel. A modell szerint ekkor a középső rapiditásba eső dE_T/dy transzverzális energia jóval lassabban csökken, a kifagyás („freeze-out”) utáni transzverzális impulzusspektrum pedig jóval kisebb meredekségű a lokális egyensúlyt feltételező hidrodinamikai modell által jósoltnál [43].

A *kromodielektromos* modell [44] a QCD színbezárását egy σ önkölcsönható skalármező bevezetésével modellezi, amely a színes vektorpotenciálhoz csatolódik. A klasszikus *molekulár-dinamikai* szimulációt az ún. ábeli közelítés használata teszi lehetővé. Ekkor a kvarkok és a színes gluonok klasszikus pontrészecskéként szerepelnek, amelyekre a színmező Lorentz-ereje hat. A színmezőt a klasszikus Maxwell egyenletek írják le, melyben a skalármező is szerepel, egy $\kappa(\sigma)$ dielektromos függvény alakjában. Ebben a képben sikeresen szimulálható a színtelen klaszterek, majd a mezonok, barionok és antibarionok kialakulása a kezdeti kvark-gluon plazmából. A modell lényeges tulajdonsága, hogy a hadronizáció során nem alakul ki fázisegyensúly a

kvark-gluon és a hadron fázis között.

A kvarkanyag hadronanyaggá való visszaalakulásának szintén nem-egyensúlyi leírását adja az ALCOR modell [15], amely a „gyors hadronizáció” feltételezésével esélyt sem ad a kémiai egyensúly kialakulására. Kizárólag egyirányú, kvarkokból prehadronok keletkezéséhez vezető *koaleszcencia* folyamatokat vesz figyelembe. A prehadronok kvarkokba bomlásait elhanyagolja, a rendszer ugyanis a feltevés szerint ahhoz túl gyorsan távolul, hogy az inverz folyamatok lényegessé válhassanak. A kvark koaleszcencia kvantummechanikai alapjairól a következő fejezetben lesz szó.

4. fejezet

Koaleszcencia modellek

Koaleszcencia modellekkel eredetileg atommagok nukleonokból való, alacsony energián történő keletkezését írták le. E folyamatban a másodlagos erős kölcsönhatás játszik szerepet, amely a részecskék tömegéhez képest elhanyagolható kötési energiával tartja össze a keletkező magot. Kvarkok koaleszcenciája esetén a kölcsönhatás lényegesen erősebb, a bemenő részecskéket nem tekinthetjük aszimptotikusan szabadnak. A két esetben alapvetően különböző modelleket kell alkalmaznunk.

4.1. Hadronok koaleszcenciája

Nukleongázban *klaszter* akkor alakulhat ki, ha nukleonok egy csoportja egymáshoz közel tartózkodik, relatív impulzusuk pedig kicsi. Ha a klasztereket *pontszerű* részecskéknek tekintjük, akkor keletkezésüket leírhatjuk a klasszikus statisztikus fizikai keretek között, lokális folyamatként. Térbeli kiterjedésük figyelembevételéhez azonban kvantummechanikai hullámfüggvényükkel is számolni kell.

4.1.1. Klasszikus leírás

Tegyük fel, hogy a klaszterek pontszerűek, az őket alkotó nukleonok ugyanabban a térbeli pontban tartózkodnak és azonos sebességgel mozognak. Egy fázistérbeli cellában egy $A = N + Z$ tömegszámú klaszter keletkezésének valószínűsége a protonok számának Z -edik, a neutronok számának pedig N -edik hatványával arányos. Ha feltételezzük, hogy a koaleszcencia-folyamat a nuk-

leonok Σ_f kifagyási hiperfelületén történik, akkor a spektrumot a klaszterekre általánosított Cooper-Frye formula írja le [45]:

$$E \frac{dN_A}{d^3P} = \frac{2J_A + 1}{(2\pi)^3} \int_{\Sigma_f} P_\mu d^3\sigma^\mu(x) f_p^Z(x, P/A) f_n^N(x, P/A). \quad (4.1)$$

Az itt szereplő f_p proton-, illetve f_n neutron-eloszlásfüggvényt a nukleontömegnél jóval kisebb hőmérséklet és kémiai potenciál miatt Boltzmann-eloszlással közelíthetjük:

$$f_i(x, P) = \exp\left(\frac{\mu_i(x) - P_\mu u^\mu(x)}{T(x)}\right). \quad (4.2)$$

Ekkor a $T(x)$ hőmérséklet-, az $u^\mu(x)$ sebességprofil és a kifagyási hiperfelület megválasztásával, valamint a (4.1) képlet alkalmazásával megkaphatjuk a *lokális koaleszcenciával* képződő, pontszerű klaszterek momentumspektrumát.

4.1.2. Kvantummechanikai leírás

Tekintsük a deuteron (2H) keletkezését. Modellezzük egy térben kiterjedt, két nukleonból álló klaszterként, melynek hullámfüggvénye $\phi_d(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$. Legyen ψ a nukleon-hullámfüggvény. A statisztikus kvantummechanika [46] szabályai szerint a P_d impulzussal keletkező deuteronok számát a deuteron sűrűségmátrixnak a kezdeti két-nukleon rendszer sűrűségmátrixára való projektálásával kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{dN_d}{d^3P_d} &\sim \frac{1}{2} \int d^3x_1 d^3x_2 d^3x'_1 d^3x'_2 \phi_d^*(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \phi_d^*(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2) \\ &\quad \times \langle \psi^+(\mathbf{x}'_2, t_f) \psi^+(\mathbf{x}'_1, t_f) \psi(\mathbf{x}_1, t_f) \psi(\mathbf{x}_2, t_f) \rangle, \end{aligned} \quad (4.3)$$

ahol t_f a kifagyás időpontja. Legyenek a kezdeti nukleonok korrelálatlanok:

$$\langle \psi_2'^+ \psi_1'^+ \psi_1 \psi_2 \rangle = \langle \psi_2'^+ \psi_2 \rangle \langle \psi_1'^+ \psi_1 \rangle. \quad (4.4)$$

Az egyrészecske sűrűségmátrix kifejezhető az f^W egyrészecske Wigner függvényvel [47]:

$$\langle \psi^+(\mathbf{x}', t) \psi(\mathbf{x}, t) \rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f^W\left(\frac{\mathbf{x} + \mathbf{x}'}{2}, t, \mathbf{p}\right) e^{i\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}. \quad (4.5)$$

Vezessünk be az alábbi koordinátákat:

$$\mathbf{P}_d = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \quad \mathbf{q} = \frac{\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2}{2}, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{r}_i = \frac{\mathbf{x}_i + \mathbf{x}'_i}{2}, \quad \xi = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}'_1 - \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}'_2, \quad (i = 1, 2) \quad (4.7)$$

$$\mathbf{r}_d = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1. \quad (4.8)$$

A \mathbf{P}_d teljes momentum azonos a deutron momentumával, q a nukleonok relatív momentuma, \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 a „klasszikus” nukleon helykoordináták, \mathbf{r}_d a deutron tömegközéppontja, \mathbf{r} pedig a nukleonok relatív helyvektora. Ekkor a deutronspektrumra az alábbi kifejezés kapható [45]:

$$\frac{dN_d}{d^3P_d} = \frac{3}{(2\pi)^3} \int d^3r_d \int \frac{d^3r d^3q}{(2\pi)^3} \mathcal{D}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) f_p^W(\mathbf{r}_1, q_1) f_n^W(\mathbf{r}_2, q_2), \quad (4.9)$$

$$\mathcal{D}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \int d^3\xi e^{-i\mathbf{q}\xi} \varphi_d(\mathbf{r} + \xi/2) \varphi_d^*(\mathbf{r} - \xi/2), \quad (4.10)$$

ahol $q_{1,2} = (\sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2}, \pm \mathbf{q})^1$, \mathcal{D} pedig a deutron belső φ_d hullámfüggvényének Wigner-transzformáltja.

Termalizált rendszerben a Wigner függvényeket klasszikus eloszlásfüggvényekkel helyettesíthetnénk, megkülönböztethető részecskék esetén Boltzmann eloszlással. Ekkor azonban sérülne az energiamegmaradás, a deutron kötési energiája ugyanis lehetetlenné teszi, hogy a két tömeghéjon levő szabad nukleonból deutron keletkezzen, szintén tömeghéjon. A problémát egy harmadik testtel való szórás oldja meg, melynek következtében az egyik nukleon tömeghéján kívülre kerülhet.

$$q_1 = \left(\sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2}, +\mathbf{q} \right), \quad q_2 = \left(m_d - \sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2}, -\mathbf{q} \right). \quad (4.11)$$

Ilyen módon működhet f_i^W klasszikus eloszlásfüggvénnyel történő helyettesítése.

4.2. Kvarkok koaleszcenciája

Koaleszcenciafolyamatban résztvevő színes kvarkok az erős kölcsönhatás következtében nem tekinthetők aszimptotikusan szabadnak és függetlennek, a

¹Itt félrelativisztikus közelítést alkalmazunk.

kiindulási állapotban sem. Az előző szakasz (4.4) korrelálatlansági feltevése nem áll fenn. Figyelembe kell venni a bejövő részecskék kölcsönhatását, továbbá a sűrű kvarkanyagban fellépő színárnyékolás miatt hullámfüggvényüket nem tekinthetjük síkhullámnak.

4.2.1. Pick-up reakció hatás keresztmetszete

A kétrészecske-koaleszcencia folyamat az ún. *átrendeződési ütközések* [48] speciális esete, melyben a bejövő q_1 részecske „kikap” egy q_2 kvarkot vagy antikvarkot a Q kvarkanyagból. A végállapotban egy q_1 -ből és q_2 -ből álló h összetett részecske keletkezik, valamint visszamarad az eggyel kevesebb (anti)kvarkot tartalmazó Q' kvarkanyag: $q_1 + Q \rightarrow h + Q'$. A folyamat mátrixeleme

$$g_{qh} = -\frac{M}{2\pi} \int d^3x_1 d^3x_2 \Phi^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{P}\mathbf{X}} V(\mathbf{r}) \varphi_1(\mathbf{x}_1) \varphi_2(\mathbf{x}_2), \quad (4.12)$$

ahol $M = m_{Q'} m_h / (m_{Q'} + m_h)$ a végállapotú redukált tömeg, \mathbf{r} a relatív helyvektor, \mathbf{X} a tömegközéppont helye, \mathbf{P} a kijövő részecske impulzusa, $\Phi e^{i\mathbf{P}\mathbf{X}}$ pedig a hullámfüggvénye.

$$\mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2, \quad \mathbf{X} = \frac{m_1 \mathbf{x}_1 + m_2 \mathbf{x}_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.13)$$

Az $m_{Q'} \gg m_h$ határesetben az redukált tömeg az összetett részecske m_h tömegével egyezik: $M \simeq m_h$.

Legyen a q_1 bejövő részecske síkhullám, q_2 pedig ρ paraméterű Gauss-függvény:

$$\varphi_1 \varphi_2 = e^{i\mathbf{p}_1 \mathbf{x}_1} \times \frac{1}{\pi^{3/4} \rho^{3/2}} e^{-\frac{\mathbf{x}_2^2}{2\rho^2} + i\mathbf{p}_2 \mathbf{x}_2}. \quad (4.14)$$

A ρ paraméterrel valójában a kölcsönhatás leárnyékolódását vesszük figyelembe, az effektív hatótávolságot jellemzi. A rendszer hullámfüggvénye szimmetrikusabb alakban is felírható, ha az egyes részecskék koordinátái helyett relatív és összeg koordinátákat használunk. Az új impulzuskoordináták legyenek a következők:

$$\mathbf{k} = \frac{m_2 \mathbf{p}_1 - m_1 \mathbf{p}_2}{m_1 + m_2}, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2. \quad (4.16)$$

A hullámfüggvények szorzata a \mathbf{k} , \mathbf{P} , \mathbf{r} , \mathbf{X} koordinátákkal felírva

$$\varphi_1\varphi_2 = \frac{1}{\pi^{3/4}\rho^{3/2}} \exp\left(i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\mathbf{P}\mathbf{X} - \frac{1}{2\rho^2} \left(\mathbf{X} - \frac{m_1}{m_1+m_2}\mathbf{r}\right)^2\right). \quad (4.17)$$

Helyettesítsük be (4.17)-et a (4.12) kifejezésbe, és térjünk át az új integrálási változókra, felhasználva, hogy $d^3x_1d^3x_2 = d^3rd^3X$.

$$g_{qh} = -\frac{M}{2\pi} \frac{1}{(\pi\rho^2)^{3/4}} \int d^3r \Phi^*(\mathbf{r})V(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \times \\ \times \int d^3X \exp\left(-\frac{1}{2\rho^2} \left(\mathbf{X} - \frac{m_1}{m_1+m_2}\mathbf{r}\right)^2\right) \quad (4.18)$$

$$= -\frac{M}{2\pi} \frac{1}{(\pi\rho^2)^{3/4}} \int d^3r \Phi^*(\mathbf{r})V(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} (2\pi\rho^2)^{3/2} \quad (4.19)$$

$$= -\frac{M}{2\pi} (4\pi\rho^2)^{3/4} \int d^3r \Phi^*(\mathbf{r})V(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (4.20)$$

Ha feltételezzük, hogy a potenciál és az összetett részecske hullámfüggvénye gömbszimmetrikus, akkor g_{qh} felírható a következő alakban:

$$g_{qh} = -2M(4\pi\rho^2)^{3/4}|B(k)|, \quad (4.21)$$

ahol

$$B(k) = -\frac{1}{2} \int d\cos\theta \int dr r^2 \Phi^*(r)V(r)e^{ikr\cos\theta} \\ = -\int_0^\infty dr r \Phi^*(r)V(r) \frac{\sin kr}{k}. \quad (4.22)$$

A hatáskeresztmetszet $1+2 \rightarrow 3+4$ folyamatokban

$$\sigma(k) = \frac{v_{34}}{v_{12}} |g_{qh}|^2, \quad (4.23)$$

ahol v_{12} és v_{34} a relatív sebességek. Feltesszük, hogy a Q kvarkanyag nagy számú részecskét tartalmaz, továbbá a reakcióban nem adódik át hőenergia. Az energia- és az impulzuszmegmaradás felhasználásával ekkor nemrelativisztikusan levezethető, hogy

$$v_{34} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}} v_{12} \quad (4.24)$$

A hatáskeresztmetszet kifejezésének azonban szimmetrikusnak kell lennie a bejövő részecskék paramétereire, ezért a következő közelítést alkalmazzuk:

$$\frac{v_{34}}{v_{12}} = \sqrt{\frac{2m}{m_1 + m_2}}, \quad m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad (4.25)$$

vagyis m_1 -et kicseréljük a redukált tömeg kétszeresére. A hatáskeresztmetszet ekkor

$$\sigma(k) = 16(2\pi)^{3/2} \rho^3 M^2 \sqrt{\frac{m}{m_1 + m_2}} |B(k)|^2 \quad (4.26)$$

Ha a kölcsönhatási potenciál Coulomb-szerű, akkor feltehetjük, hogy a kötött állapot hullámfüggvénye a hidrogén alapállapot hullámfüggvényéhez hasonlít:

$$\Phi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi} a^{3/2}} e^{-r/a}, \quad (4.27)$$

ahol

$$a = \frac{1}{m\alpha} \quad (4.28)$$

a Bohr-sugár. Tegyük fel, hogy a csatolás $\alpha = 3$, az effektív kvarktömeg pedig $m_{1,2} = 0.3 \text{ GeV}$. A redukált tömeg ekkor $m = 0.15 \text{ GeV}$, a Bohr sugár pedig $a \simeq 0.44 \text{ fm}$. Ez az érték nagyságrendileg egyezik a pion sugarára vonatkozó mérési eredményekkel, melyek szerint $r \sim 0.65 \text{ fm}$.²

Ha a potenciál Yukawa, akkor Φ nem energia-sajátállapot, csak közelíthetjük vele az alapállapot hullámfüggvényét. Az energia várható értéke:

$$\frac{\langle \Phi | \hat{H} | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = \frac{\int dr r^2 e^{-r/a} \left(-\frac{1}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{\alpha}{r} e^{-m_g r} \right) e^{-r/a}}{\int dr r^2 e^{-2r/a}} \quad (4.29)$$

$$= \frac{2 - 4m\alpha a + 2m_g a + m_g^2 a^2 / 2}{m a^2 (m_g a + 2)^2} \quad (4.30)$$

A Bohr sugár az energia minimumából határozható meg:

$$\frac{\partial}{\partial a} \frac{\langle \Phi | \hat{H} | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = 0. \quad (4.31)$$

²Az erős szórás folyamatok hatáskeresztmetszetéből számolt négyzetes átlag $\langle r^2 \rangle_\pi = \langle r^2 \rangle_p \frac{\sigma_{\text{tot}}(\pi p)}{\sigma_{\text{tot}}(pp)} \simeq 0.41 \text{ fm}^2$, az elemes töltéseloszlás sugárnégyzetének átlaga pedig $\langle r_E^2 \rangle_\pi \simeq 0.44 \text{ fm}^2$, lásd ref. [49].

Végrehajtva a várható érték deriválását, a következő harmadfokú egyenletet kapjuk:

$$-8 + (8m\alpha - 12m_g)a + 6m_g(2m\alpha - m_g)a^2 - m_g^3a^3 = 0. \quad (4.32)$$

Az egyenlet három megoldása közül az egyik mindenhol komplex vagy negatív valós, kettő pedig csak az $x = m\alpha/m_g$ mennyiségnek egy kritikus értéke felett pozitív. E két megoldás közül az egyik azért esik ki, mert nem energiaminimum, hanem maximum. Marad egy megoldás:

$$a(m_g, x) = -\frac{(6x)^{2/3}}{3m_g} (1 - i\sqrt{3}) (6x - 5)f^{-1/3}(x) - \frac{(6x)^{1/3}}{3m_g} (1 + i\sqrt{3}) f^{1/3}(x) + \frac{4x - 2}{m_g}, \quad (4.33)$$

$$f(x) = 9 - 45x + 36x^2 + i\sqrt{27x^2 + 60x - 81}. \quad (4.34)$$

Az 4.1. ábrán a Bohr sugár (4.33) kifejezés szerint számolt értékei láthatók a komplex számsíkon. A képzetes rész zérussá válik a következő egyenlőtlenség fennállása esetén:

$$x = \frac{m\alpha}{m_g} \geq \frac{7\sqrt{7} - 10}{9} \approx 0.9467. \quad (4.35)$$

Az f függvény értéke ekkor

$$f(x) = \sqrt{6x(6x - 5)^3} e^{i\phi(x)}, \quad (4.36)$$

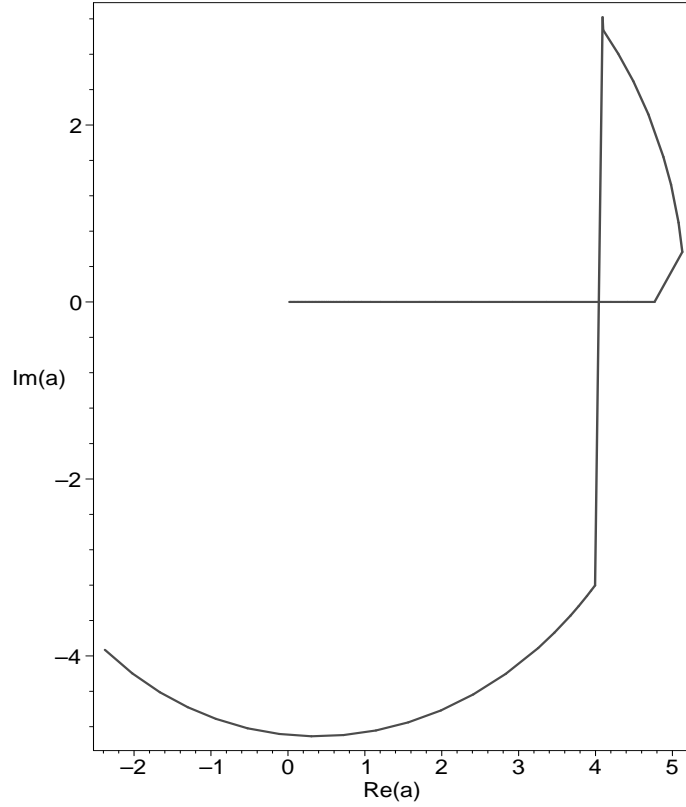
ahol

$$\phi(x) = \arccos\left(\frac{9 - 45x + 36x^2}{\sqrt{6x(6x - 5)^3}}\right). \quad (4.37)$$

Behelyettesítve a Bohr sugár (4.33) kifejezésébe $f(x)$ (4.36) értékét, egy tisztán valós kifejezést kapunk:

$$a(m_g, x) = \frac{1}{m_g} \left(4x - 2 - \sqrt{\frac{32x(6x - 5)}{3}} \cos\left(\frac{\phi(x) + \pi}{3}\right) \right). \quad (4.38)$$

Belátható, hogy az $a(m_g, x)$ Bohr sugár $m_g \ll m$ határesetére az (4.28) kife-



4.1. ábra. A Yukawa Bohr sugárra vonatkozó (4.32) egyenlet (4.33) lehetséges megoldásai, $m_g = 0.6$ GeV gluontömeg mellett. Az x paraméter változtatására $a(m_g, x)$ a komplex számsíkon görbét ír le. A tengelyeken a számozás GeV^{-1} egységekben értendő.

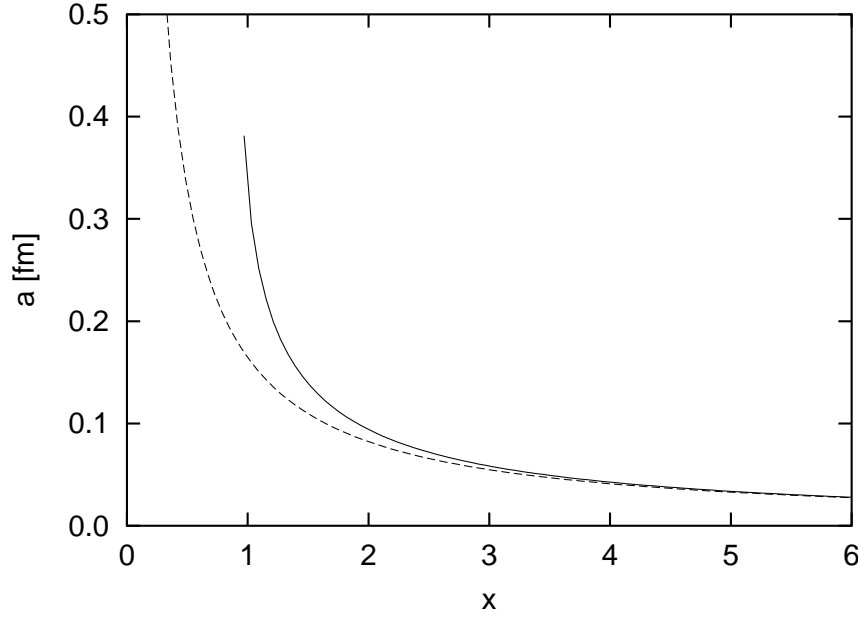
jezés, vagyis a Coulomb potenciál szerint számolt Bohr sugár. Az 4.2. ábrán látható, hogy a két görbe aszimptotikusan tart egymáshoz, ahogy x növekszik.

Számítsuk ki az (4.22) integrált, hidrogénszerű (4.27) hullámfüggvény feltevésével:

$$B(k) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}k} \int_0^{\infty} dr r V(r) e^{-r/a} \sin kr. \quad (4.39)$$

Legyen a kölcsönhatási potenciál Yukawa:

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} e^{-m_g r}. \quad (4.40)$$



4.2. ábra. A folytonos vonal a Yukawa Bohr sugár (4.38) értéke az $x = m\alpha/m_g$ változó függvényében, $m_g = 0.6 \text{ GeV}$ gluontömeg mellett. A szaggatott vonal az $(m_g x)^{-1} = (m\alpha)^{-1}$ függvény.

Az integrál ekkor analitikusan kiszámolható:

$$B(k) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}a^{3/2}k} \int_0^{\infty} dr e^{-r/a^*} \sin kr \quad (4.41)$$

$$= \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}a^{3/2}} \frac{a^{*2}}{1 + (ka^*)^2}, \quad (4.42)$$

$$\frac{1}{a^*} = \frac{1}{a} + m_g. \quad (4.43)$$

Behelyettesítve $B(k)$ -t az (4.26) képletbe, megkapjuk a hatáskeresztmetszetet:

$$\sigma(k) = 32\sqrt{2\pi}\rho^3 M^2 \sqrt{\frac{m}{m_1 + m_2}} \frac{\alpha^2 a^{*4}}{a^3(1 + (ka^*)^2)^2}. \quad (4.44)$$

A Coulomb kölcsönhatás a Yukawa speciális esete, zérus gluontömegre. Ekkor $a^* = a$.

A fázisátalakulás hőmérsékletén a gluonok diszperziós relációjából származtatható termikus gluontömeg (lásd az 1.6. alfejezetet) magas értékéből úgy tűnhet, hogy a Yukawa potenciál jobb közelítés, mint a Coulomb. A nagy gluontömegnek azonban van egy másik következménye is: a (4.35) feltétel nem állhat fenn, csak a csatolási állandó irreálisan magas értéke mellett. A Yukawa közelítés tehát a kritikus hőmérsékleten nem alkalmazható. A rács-QCD számításokból kapott nehézkvark-potenciálra azonban meglepő módon a Coulomb potenciál is jól illeszthető (lásd a 1.5. alfejezetet). Feltehető tehát, hogy a belőle származtatható koaleszcencia hatáskeresztmetszet alkalmazása is jó közelítés.

4.2.2. Keletkezési ráta

Próbáljuk meg a deuteron keletkezését leíró (4.9) képletet alkalmazni a kvark-koaleszcencia esetére. Az előző szakaszban meghatároztunk egy csak impulzustól függő hatáskeresztmetszetet (4.44), ez azonban nem elég, az összetett részecske hullámfüggvényének Wigner-transzformáltja a bejövő részecskék helykoordinátáitól is függ. A legegyszerűbb közelítésként tegyük fel, hogy a helyfüggés faktorizálható. Ekkor

$$\mathcal{D}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \sim \rho(\mathbf{r})\sigma(q)v_{12}, \quad (4.45)$$

ahol ρ a helyfüggést hordozó tag, v_{12} pedig a bejövő részecskék relatív sebessége. A sebességnek azért kell szerepelnie a szorzatban, mert egy koaleszcenciafolyamat Δt idő alatt való bekövetkeztének valószínűsége a részecske által Δt idő alatt „végigsöpört” fluxuscső térfogatával arányos, vagyis $\sigma v \Delta t$ -val.

A hadron (vagy dikvark) keletkezési rátája ekkor a (4.9) képlet analógiájára

$$\frac{dN_h}{d\tau d^3P_h d^3r_h} \sim \int d^3r d^3q \rho(\mathbf{r})\sigma(q)v_{12}f_1(\mathbf{r}_1, q_1)f_2(\mathbf{r}_2, q_2). \quad (4.46)$$

A továbbiakban ezen kifejezés alapján fogjuk számolni a prehadronok eloszlását.

5. fejezet

A MICOR hadronizációs modell

A fázisátalakulás határán álló kvarkanyag a *Mikroszkopikus Koaleszcencia Rehadronizációs modell* (MICOR) kezdeti állapota.

Ez az anyag a két ütköző mag nukleonjainak alkotórészeiből áll, és azokból az új kvark-antikvark párokból, melyek a rugalmatlan ütközés során felszabaduló energia hatására jöttek létre. Az anyag tartalmaz elsődleges könnyű kvarkokat ($q = u, d$), valamint másodlagos könnyű és ritka (s) kvarkokat és antikvarkokat.

A hőmérséklet $T \sim 160 - 180$ MeV, a részecskék tömege pedig nagyjából a konstituens kvark-moddellel egyező: $m_q \simeq 310$ MeV, $m_s \simeq 430$ MeV.¹ Az effektív (termikus) gluontömeg a fázisátalakulási pont környékén jóval nagyobb a kvarktömegnél, így egyensúlyban a gluonok száma kicsi (lásd az 1.6. szakaszt). A MICOR modell e megfontolás alapján elhanyagolja a gluonokat, kvark-gluon plazma helyett kvark-antikvark anyaggal számol. Ezt az erősnek tűnő feltételezést az ALCOR modell sikere igazolja [15, 16].

Feltételezzük, hogy a magok az ütközés során megállás (stopping) nélkül átmennek egymáson. Így a keletkező kvarkanyag longitudinális Bjorken áramlással tágul. Ez a közelítés azonban önmagában túlságosan is idealizált lenne, ezért transzverzális áramlást is bevezetünk. A számolások egyszerűsítése céljából ennek az áramlásnak csak az „átlagos” v_T sebességével számolunk, a sugárfüggést figyelmen kívül hagyjuk. A térintegrálok

¹A kvarktömegek választásának magyarázatát lásd az 5.3.1 szakaszban.

számításánál alkalmazott közelítésünk tehát a következő:

$$\int d^3x F(x, v_r(r)) \approx \int d^3x F(x, v_T), \quad (5.1)$$

ahol F a helykoordinátáknak és a kollektív áramlási sebesség sugárirányú komponensének a modellben előforduló tetszőleges függvénye.

Az áramlási négyesvektor az η longitudinális koordináta rapiditás és a ϕ szög függvényében

$$u^\mu = (\text{ch } \eta \text{ ch } \theta, \cos \phi \text{ sh } \theta, \sin \phi \text{ sh } \theta, \text{sh } \eta \text{ ch } \theta), \quad (5.2)$$

ahol $\theta = \text{Ar th } v_T$ a transzverzális sebességtől függő paraméter.

A részecskék impulzuseloszlása a kezdeti anyagban Jüttner eloszlás:

$$f_i(x, p) = e^{-p_\mu u^\mu / T}. \quad (5.3)$$

Az (5.2) blast-wave áramlás esetén a Jüttner eloszlás az alábbi formát ölti:

$$f_i(x, p) = \exp(-\beta m_T \text{ch } \theta \text{ch}(y - \eta) + \beta p_T \text{sh } \theta \cos(\varphi - \phi)), \quad (5.4)$$

ahol $\beta = 1/T$, az impulzust pedig a következőképpen paramétereztük:

$$p^\mu = (m_T \text{ch } y, p_T \cos \varphi, p_T \sin \varphi, m_T \text{sh } y). \quad (5.5)$$

Az (5.4) eloszlás maximuma az $y = \eta$, $\varphi = \phi$, $p_T = m \text{sh } \theta$ pontban van, $f_i^{\max} = e^{-\beta m}$.

Az anyagban végbemenő folyamatokat az áramlással együttmozgó koordinátarendszerből érdemes tekinteni. Az összefüggés az együttmozgó és a labor-rendszer koordinátái között a következő:

$$\begin{aligned} x^0 &= (\tau \text{ch } \theta + r \text{sh } \theta) \text{ch } \eta, \\ x^1 &= (\tau \text{sh } \theta + r \text{ch } \theta) \cos \phi, \\ x^2 &= (\tau \text{sh } \theta + r \text{ch } \theta) \sin \phi, \\ x^3 &= (\tau \text{ch } \theta + r \text{sh } \theta) \text{sh } \eta. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Az együttmozgó rendszer háromdimenziós térfogateleme:

$$dV = \frac{d^4x}{d\tau} = (\tau \text{ch } \theta + r \text{sh } \theta)(\tau \text{sh } \theta + r \text{ch } \theta) dr d\eta d\phi. \quad (5.7)$$

Egy R kezdeti sugarú, $[-\eta_{\max}, \eta_{\max}]$, rapiditásintervallumba eső, áramlással együtt táguló tartomány térfogatának időfüggése τ -ban másodfokú:

$$V(\tau) = 2\pi \eta_{\max} R \left(R\tau \text{ch } 2\theta + \frac{R^2 + 3\tau^2}{3} \text{sh } 2\theta \right). \quad (5.8)$$

5.1. Kvarok koaleszcencia

A MICOR modell szerint a kvarkanyagból először instabil prehadronok keletkeznek. Ezeket a részecskéket tömegspektrumuk alapján hadron rezonanciákkal azonosítjuk. A prehadronok kétrészecske-koaleszcencia folyamatokban jönnek létre, kvarkokból és antikvarkokból. A mezon rezonanciák egylépcsős, a barionok kétlépcsős folyamatban. Közbülső részecskék a dikvarkok.

1. lépésben:	mezon rezonanciák	$q_1 + \bar{q}_2 \rightarrow q_1 \bar{q}_2$
	és dikvarkok,	$q_1 + q_2 \rightarrow q_1 q_2$
2. lépésben:	barion rezonanciák.	$q_1 q_2 + q_3 \rightarrow q_1 q_2 q_3$

A koaleszcencia-alapú részecske-keletkezés statisztikai leírása relativisztikus rátaegyenletekkel történik:

$$\partial_\mu (n_h u^\mu) = \langle \sigma_{q_1 q_2}^h v_{12} \rangle n_1 n_2. \quad (5.9)$$

Itt n_1 és n_2 a bemenő részecskék sűrűségei, n_h a keletkező részecske (prehadron vagy dikvark) sűrűsége, $\sigma_{q_1 q_2}^h$ a koaleszcencia hatáskeresztmetszet, v_{12} pedig a kvarkok relatív sebessége. Az (5.9) rátaegyenlet egyirányú folyamatot ír le, a prehadronok kvarkokból történő keletkezését. Az ellentétes irányú folyamatot, vagyis az összetett részecskék kvarkokká bomlását a modell nem veszi figyelembe.

A fázistérre vett átlagot a következőképpen számoljuk:

$$\langle \sigma v_{12} \rangle = \frac{\int d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 x_1 d^3 x_2 \rho_{12} f_1 f_2 \sigma v_{12}}{\int d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 x_1 d^3 x_2 \rho_{12} f_1 f_2}, \quad (5.10)$$

A kvarkok $f_i(x_i, p_i)$ eloszlásfüggvénye a modell szerint az (5.3) képletben szereplő Jüttner-eloszlás, $\rho_{12}(x_1, x_2)$ pedig a folyamat „lokalitására” jellemző függvény, amely a (4.46) képletben szereplő $\rho(\mathbf{r})$ mennyiségnek felel meg. Közelítsük ρ -t egyszerű lépcsőfüggvénnyel:

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{3}{4\pi R_c^3} \Theta(R_c - |\mathbf{r}|). \quad (5.11)$$

Ekkor koaleszcencia csak abban az esetben lehetséges, ha a két bejövő részecske az R_c koaleszcencia-sugárnál közelebb van egymáshoz. Annak elkerülése végett, hogy új modellparamétereket kelljen bevezetni, csak két szélsőséges esetet vizsgálunk, az $R_c = 0$ és a $R_c \rightarrow \infty$ esetet. Az előbbit *lokális*, az

utóbbit *nemlokális* koaleszcenciának nevezzük. A ρ_{12} függvény értékei e két esetben:

$$\rho_{12}^{\text{local}} = \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2), \quad (5.12)$$

$$\rho_{12}^{\text{nonlocal}} = 1. \quad (5.13)$$

5.2. Részecskeszámok időfüggése

Ha az anyag homogén eloszlású, akkor az (5.9) rátaegyenletet átírhatjuk a részecskeszámok időbeli változását leíró egyenletté:

$$\frac{\partial N_h}{\partial \tau} = \frac{1}{V} \langle \sigma_{q_1 q_2}^h v_{12} \rangle N_1 N_2. \quad (5.14)$$

Ez az egyenlet a részecskeszámok változását az áramlással együttmozgó hiperfelületen adja meg, vagyis a τ időparaméterre teljesül, hogy $\partial_\tau = u^\mu \partial_\mu$ és $d^4x = dV d\tau$.

Ha csak két fajta bemenő részecskénk van, akkor egylépcsős folyamat esetén a számaik csökkenését a következő egyenlet írja le:

$$\frac{\partial N_1}{\partial \tau} = -\frac{1}{V} \langle \sigma_{q_1 q_2}^h v_{12} \rangle N_1 N_2, \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial \tau} = -\frac{1}{V} \langle \sigma_{q_1 q_2}^h v_{12} \rangle N_1 N_2. \quad (5.16)$$

Többkomponensű rendszer és kétlépcsős folyamat esetén egyenleteink megszorodnak. Érdemes bevezetni a *koaleszcencia faktor* fogalmát. Ez a mennyiség a folyamatok „erősségét” határozza meg:

$$c_{q_1 q_2} = \frac{1}{V} \langle \sigma_{q_1 q_2}^h v_{12} \rangle. \quad (5.17)$$

A $q_i \bar{q}_j$ típusú mezonok számának időfejlődésére a következő egyenlet adódik:

$$\dot{N}_{q_i \bar{q}_j} = c_{q_i \bar{q}_j} N_{q_i} N_{\bar{q}_j}. \quad (5.18)$$

A dikvarkok és antidikvarkok száma növekszik az összetevő részecskék koaleszcenciájának eredményeképpen, de csökkenhet is, a barionkeltő folyamatokban. A dikvark-kvark koaleszcencia egy negatív előjelű tagot hoz be:

$$\dot{N}_{q_i q_j} = c_{q_i q_j} N_{q_i} N_{q_j} - \sum_k c_{(q_i q_j) q_k} N_{q_i q_j} N_{q_k}, \quad (5.19)$$

$$\dot{N}_{\bar{q}_i \bar{q}_j} = c_{\bar{q}_i \bar{q}_j} N_{\bar{q}_i} N_{\bar{q}_j} - \sum_k c_{(\bar{q}_i \bar{q}_j) \bar{q}_k} N_{\bar{q}_i \bar{q}_j} N_{\bar{q}_k}. \quad (5.20)$$

A barionkeltés egyirányú, a rátaegyenletben nincs negatív tag. Barionok azonban több csatornán keletkezhetnek, így a teljes $q_i q_j q_k$ barionszám helyett érdemes a különböző csatornáknak keletkező részecskéket számolni:

$$\dot{N}_{(q_i q_j) q_k} = c_{(q_i q_j) q_k} N_{q_i q_j} N_{q_k}, \quad (5.21)$$

$$\dot{N}_{(\bar{q}_i \bar{q}_j) \bar{q}_k} = c_{(\bar{q}_i \bar{q}_j) \bar{q}_k} N_{\bar{q}_i \bar{q}_j} N_{\bar{q}_k}. \quad (5.22)$$

A kvarkok és antikvarkok száma mindhárom folyamat során csökken, így rátaegyenleteik csak negatív tagokból állnak:

$$\frac{\dot{N}_{q_i}}{N_{q_i}} = - \sum_j c_{q_i \bar{q}_j} N_{\bar{q}_j} - \sum_j (1 + \delta_{ij}) c_{q_i q_j} N_{q_j} - \sum_{jk} c_{q_i (q_j q_k)} N_{q_j q_k}, \quad (5.23)$$

$$\frac{\dot{N}_{\bar{q}_i}}{N_{\bar{q}_i}} = - \sum_j c_{q_j \bar{q}_i} N_{q_j} - \sum_j (1 + \delta_{ij}) c_{\bar{q}_i \bar{q}_j} N_{\bar{q}_j} - \sum_{jk} c_{\bar{q}_i (\bar{q}_j \bar{q}_k)} N_{\bar{q}_j \bar{q}_k}. \quad (5.24)$$

5.2.1. „Virtuális” idő

A végső részecskeszámok elvben meghatározhatók az időfejlődés (5.18-5.24) differenciálegyenlet-rendszernek megfelelő végigkövetésével, ahogy azt az ALCOR továbbfejlesztett változata, a Transchemistry modell teszi [50]. Ehhez azonban a c koaleszcencia-faktorok időfüggését is tudnunk kell, vagyis az (5.17) kifejezést pillanatról pillanatra ki kell tudnunk számolni. Ehhez ismerni kell az f_i eloszlásfüggvények időfüggését is. A probléma tehát meglehetősen bonyolulttá válik, ha csak nem alkalmazunk valamilyen egyszerűbb közelítést.

Tegyük fel, hogy a különböző koaleszcencia-folyamatok „erőssége” olyan módon változik időben, hogy a faktorok egymáshoz viszonyított arányai állandók,

$$c_{q_i \bar{q}_j}(\tau) = \gamma(\tau) c_{q_i \bar{q}_j}(\tau_1), \quad (5.25)$$

$$c_{q_i q_j}(\tau) = \gamma(\tau) c_{q_i q_j}(\tau_1), \quad (5.26)$$

$$c_{\bar{q}_i \bar{q}_j}(\tau) = \gamma(\tau) c_{\bar{q}_i \bar{q}_j}(\tau_1), \quad (5.27)$$

$$c_{(q_i q_j) q_k}(\tau) = \gamma(\tau) c_{(q_i q_j) q_k}(\tau_1), \quad (5.28)$$

$$c_{(\bar{q}_i \bar{q}_j) \bar{q}_k}(\tau) = \gamma(\tau) c_{(\bar{q}_i \bar{q}_j) \bar{q}_k}(\tau_1), \quad (5.29)$$

vagyis az időfüggést egy közös $\gamma(\tau)$ függvény határozza meg. Ez a függvény legyen teljes időderivált:

$$\gamma(\tau) = \frac{d\chi}{d\tau}. \quad (5.30)$$

A rátaegyenletek általános alakja:

$$\frac{dN}{d\tau} = c(\tau)N_1(\tau)N_2(\tau) = \frac{d\chi}{d\tau}c(\tau_1)N_1(\tau)N_2(\tau). \quad (5.31)$$

Ha $d\chi/d\tau > 0$ mindenhol, vagyis $\chi(\tau)$ szigorúan monoton növekvő függvény, akkor τ helyett paraméterezhetjük az időt a χ változóval is. A rátaegyenletekben szereplő koaleszcenciafaktorok időfüggésével így nem kell számolni — elég, ha τ_1 -ban felvett értéküket tudjuk:

$$\frac{dN}{d\chi} = c(\tau_1)N_1(\tau(\chi))N_2(\tau(\chi)). \quad (5.32)$$

A χ „virtuális” időben számolva tehát egy olyan differenciálegyenlet-rendszer megoldásával kaphatjuk meg a végső részecskeszámokat, melyben az együtt-hatók konstansok.

Ez a módszer durva közelítés a Transchemistry modellben szereplő, „valóságos” időfejlődéshez képest. A lehető legegyszerűbb közelítés, melyet kizárólag azért használunk, mert a MICOR időfejlődés nélkül csak nemzérus kezdeti dikvarkszám esetén adna barionokat a végállapotban. A tapasztalat szerint szerencsére a Transchemistry jóslatai nem különböznek lényegesen az — időfejlődést nem tartalmazó — ALCOR modell által adott részecskeszámoktól, vagyis a pontosabb leírás nem adott pontosabb eredményeket. A MICOR modellben használt közelítés „durvasága” e két rokon modell közé esik, jogosságát tehát indokolja az ALCOR sikere.

5.2.2. A MICOR modell rátaegyenletei

Ebben a szakaszban a pont a χ „virtuális” idő szerinti deriválást jelöli: $\dot{N} = dN/d\chi$. A koaleszcencia faktorok τ_1 -ban felvett értékét pedig a következő szimbólumok: $C_{q_i\bar{q}_j}$, $C_{q_i\bar{q}_j}$, $C_{(q_iq_j)q_k}$, stb.

A MICOR modellben a $q_i = u, d, s$ kvarkokból vektormezon rezonanciák és $3/2$ spinű barion rezonanciák keletkeznek. Az alacsonyabb tömegű részecskék, a skalármezonok és a feles spinű barionok később jönnek létre, a rezonanciák bomlásából.

A vektormezonok rátaegyenletei a következők:

$$\dot{N}_{u\bar{u}} = C_\rho N_u N_{\bar{u}}, \quad (5.33)$$

$$\dot{N}_{u\bar{d}} = C_\rho N_u N_{\bar{d}}, \quad (5.34)$$

$$\dot{N}_{u\bar{s}} = C_{\bar{K}^*} N_u N_{\bar{s}}, \quad (5.35)$$

$$\dot{N}_{d\bar{u}} = C_{\rho} N_d N_{\bar{u}}, \quad (5.36)$$

$$\dot{N}_{d\bar{d}} = C_{\rho} N_d N_{\bar{d}}, \quad (5.37)$$

$$\dot{N}_{d\bar{s}} = C_{\bar{K}^*} N_d N_{\bar{s}}, \quad (5.38)$$

$$\dot{N}_{s\bar{u}} = C_{K^*} N_s N_{\bar{u}}, \quad (5.39)$$

$$\dot{N}_{s\bar{d}} = C_{K^*} N_s N_{\bar{d}}, \quad (5.40)$$

$$\dot{N}_{s\bar{s}} = C_{\phi} N_s N_{\bar{s}}. \quad (5.41)$$

A dikvarkok kvark koaleszcenciával keletkeznek és barionkeltés során fogyanak, így rátaegyenleteikben pozitív és negatív előjelű tagok is vannak:

$$\dot{N}_{uu} = C_{qq} N_u^2 - N_{uu} (C_{\Delta} N_q + C_{\Sigma^*}^{(qq)s} N_s), \quad (5.42)$$

$$\dot{N}_{ud} = C_{qq} N_u N_d - N_{ud} (C_{\Delta} N_q + C_{\Sigma^*}^{(qq)s} N_s), \quad (5.43)$$

$$\dot{N}_{dd} = C_{qq} N_d^2 - N_{dd} (C_{\Delta} N_q + C_{\Sigma^*}^{(qq)s} N_s), \quad (5.44)$$

$$\dot{N}_{us} = C_{qs} N_u N_s - N_{us} (C_{\Sigma^*}^{(qs)q} N_q + C_{\Xi^*}^{(qs)s} N_s), \quad (5.45)$$

$$\dot{N}_{ds} = C_{qs} N_d N_s - N_{ds} (C_{\Sigma^*}^{(qs)q} N_q + C_{\Xi^*}^{(qs)s} N_s), \quad (5.46)$$

$$\dot{N}_{ss} = C_{ss} N_s^2 - N_{ss} (C_{\Xi^*}^{(ss)q} N_q + C_{\Omega} N_s). \quad (5.47)$$

A 3/2 spinű barionok rátaegyenletei:

$$\dot{N}_{uuu} = C_{\Delta} N_{uu} N_u, \quad (5.48)$$

$$\dot{N}_{(uu)d} = C_{\Delta} N_{uu} N_d, \quad (5.49)$$

$$\dot{N}_{(ud)u} = C_{\Delta} N_{ud} N_u, \quad (5.50)$$

$$\dot{N}_{(dd)u} = C_{\Delta} N_{dd} N_u, \quad (5.51)$$

$$\dot{N}_{(ud)d} = C_{\Delta} N_{ud} N_d, \quad (5.52)$$

$$\dot{N}_{ddd} = C_{\Delta} N_{dd} N_d, \quad (5.53)$$

$$\dot{N}_{(uu)s} = C_{\Sigma^*}^{(qq)s} N_{uu} N_s, \quad (5.54)$$

$$\dot{N}_{(us)u} = C_{\Sigma^*}^{(qs)q} N_{us} N_u, \quad (5.55)$$

$$\dot{N}_{(ud)s} = C_{\Sigma^*}^{(qq)s} N_{ud} N_s, \quad (5.56)$$

$$\dot{N}_{(us)d} = C_{\Sigma^*}^{(qs)q} N_{us} N_d, \quad (5.57)$$

$$\dot{N}_{(ds)u} = C_{\Sigma^*}^{(qs)q} N_{ds} N_u, \quad (5.58)$$

$$\dot{N}_{(dd)s} = C_{\Sigma^*}^{(qq)s} N_{dd} N_s, \quad (5.59)$$

$$\dot{N}_{(ds)d} = C_{\Sigma^*}^{(qs)q} N_{ds} N_d, \quad (5.60)$$

$$\dot{N}_{(ss)u} = C_{\Xi^*}^{(ss)q} N_{ss} N_u, \quad (5.61)$$

$$\dot{N}_{(us)s} = C_{\Xi^*}^{(qs)s} N_{us} N_s, \quad (5.62)$$

$$\dot{N}_{(ss)d} = C_{\Xi^*}^{(ss)q} N_{ss} N_d, \quad (5.63)$$

$$\dot{N}_{(ds)s} = C_{\Xi^*}^{(qs)s} N_{ds} N_s, \quad (5.64)$$

$$\dot{N}_{sss} = C_{\Omega} N_{ss} N_s. \quad (5.65)$$

Végül pedig a kvarkok, melyek minden folyamatban fogynak:

$$\begin{aligned} \dot{N}_u/N_u &= -2c_{qq}N_u - c_{qq}N_d - c_{qs}N_s - c_{\rho}N_{\bar{q}} - c_{K^*}N_{\bar{s}} \\ &\quad - c_{\Delta}N_{qq} - c_{\Sigma^*}^{(qs)q}N_{qs} - c_{\Xi^*}^{(ss)q}N_{ss}, \end{aligned} \quad (5.66)$$

$$\begin{aligned} \dot{N}_d/N_d &= -2c_{qq}N_d - c_{qq}N_u - c_{qs}N_s - c_{\rho}N_{\bar{q}} - c_{K^*}N_{\bar{s}} \\ &\quad - c_{\Delta}N_{qq} - c_{\Sigma^*}^{(qs)q}N_{qs} - c_{\Xi^*}^{(ss)q}N_{ss}, \end{aligned} \quad (5.67)$$

$$\begin{aligned} \dot{N}_s/N_s &= -2c_{ss}N_s - c_{qs}N_u - c_{qs}N_d - c_{K^*}N_{\bar{q}} - c_{\phi}N_{\bar{s}} \\ &\quad - c_{\Sigma^*}^{(qq)s}N_{qq} - c_{\Xi^*}^{(qs)s}N_{qs} - c_{\Omega}N_{ss}. \end{aligned} \quad (5.68)$$

A fentiekhez hasonló rátaegyenletek vannak antikvarkokra, antikvarkokra és antibarionokra. Az egyenletek teljes száma 63.

5.3. Az összetett részecske impulzuseloszlása

A továbbiakban $\sigma = \sigma_{q_1 q_2}^h$ legyen egy koaleszcencia folyamat hatáskeresztmetszete.

Differenciáljuk az (5.14) rátaegyenletet a négyesimpulzus szerint, és integráljuk ki idő szerint. Az eredmény a keletkező prehadron négyes-impulzuseloszlása:

$$\frac{dN_h}{d^4p} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \frac{N_1 N_2}{V} \frac{d}{d^4p} \langle \sigma v_{12} \rangle_{\tau}. \quad (5.69)$$

A kifejezés egyszerűbbé tételéhez egy becslést alkalmazunk: feltételezzük, hogy a hadronizáció bármely pillanatában azonos impulzuseloszlással keletkeznek az összetett részecskék, vagyis az időfüggés csak egy impulzusfüggetlen faktort jelent:

$$\frac{d}{d^4p} \langle \sigma v_{12} \rangle_{\tau} = C(\tau) \frac{d}{d^4p} \langle \sigma v_{12} \rangle_{\tau_1}. \quad (5.70)$$

A $C(\tau)$ faktorba az eloszlásfüggvény normalizációját is beleolvaszthatjuk:

$$C'(\tau) = \frac{C(\tau)}{\int d^3p_1 d^3p_2 \int dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1(p_1, x_1, \tau) f_2(p_2, x_2, \tau)}, \quad (5.71)$$

$$\frac{d}{d^4p} \langle \sigma v_{12} \rangle_\tau = C'(\tau) \frac{d}{d^4p} \int_{\tau_1} d^3p_1 d^3p_2 \int dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1 f_2 \sigma v_{12}. \quad (5.72)$$

A koaleszcencia-folyamatban a négyesimpulzus megmarad, vagyis $p = p_1 + p_2$. Így a p szerint vett differenciálás az eloszlásfüggvények és a hatáskeresztmet-szet ismerete nélkül is számolható. Ehhez először át kell térnünk négyes-impulzus integrálokra:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d^4p} \langle \sigma v_{12} \rangle_\tau &= 4C'(\tau) \frac{d}{d^4p} \int d^4p_1 d^4p_2 \delta(p_1^2 - m_1^2) \delta(p_2^2 - m_2^2) \times \\ &\quad \sigma v_{12} E_1 E_2 \int_{\tau_1} dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1 f_2. \end{aligned} \quad (5.73)$$

A bemenő részecskék impulzusai helyett célszerű p és a relatív impulzus, $q = \frac{1}{2}(q_1 - q_2)$ szerint integrálni, ekkor ugyanis a differenciálás kiejti a p szerint vett integrált:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d^4p} \langle \sigma v_{12} \rangle_\tau &= 4C'(\tau) \int d^4q \Theta(E/2 - |q^0|) \delta\left(q^2 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{s}{4}\right) \times \\ &\quad \delta\left(pq - \frac{m_1^2 - m_2^2}{2}\right) \sigma v_{12} E_1 E_2 \int_{\tau_1} dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1 f_2 \end{aligned} \quad (5.74)$$

$$\begin{aligned} &= 4C'(\tau) \sum_{\text{sgn } q^0 = \pm 1} \int_{q^2 = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} - \frac{s}{4}} \frac{d^3q}{2|q^0|} \Theta(E/2 - |q^0|) \times \\ &\quad \delta\left(pq - \frac{m_1^2 - m_2^2}{2}\right) \sigma v_{12} E_1 E_2 \int_{\tau_1} dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1 f_2, \end{aligned} \quad (5.75)$$

ahol $s = p^2$ a kimenő részecske invariáns tömegnégyzete. Az (5.75) kifejezést az (5.69) képletbe helyettesítve megkapjuk a végső momentumeloszlást:

$$\begin{aligned} \frac{dN_h}{d^4p} &= C'' \sum_{\text{sgn } q^0 = \pm 1} \int_{q^2 = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} - \frac{s}{4}} \frac{d^3q}{2|q^0|} \Theta(E/2 - |q^0|) \times \\ &\quad \delta\left(pq - \frac{m_1^2 - m_2^2}{2}\right) \sigma v_{12} E_1 E_2 \int_{\tau_1} dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1 f_2, \end{aligned} \quad (5.76)$$

melyben már nem szerepel az időintegrál, ugyanis beleolvasztottuk egy konstans faktorba:

$$C''' = 4 \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \frac{N_1(\tau)N_2(\tau)}{V(\tau)} C'(\tau). \quad (5.77)$$

Elég tehát a $\tau = \tau_1$ időpillanatban kiszámítani az (5.76) kifejezést — a C''' faktor nélkül —, ahhoz, hogy megkapjuk a normalizálatlan momentumeloszlást.

Az (5.76) kifejezésben maradt egy Dirac delta. Eltüntetéséhez parametrizálnunk kell a p és q vektorok komponenseit. Legyen

$$p^0 = m_T \operatorname{ch} y, \quad (5.78)$$

$$p^1 = p_T \cos \varphi, \quad (5.79)$$

$$p^2 = p_T \sin \varphi, \quad (5.80)$$

$$p^3 = m_T \operatorname{sh} y, \quad (5.81)$$

$$q^0 = \pm \sqrt{|q^2|} q_c, \quad (5.82)$$

$$q^1 = \pm \sqrt{|q^2|} q_s \sin \zeta \cos(\varphi + \chi), \quad (5.83)$$

$$q^2 = \pm \sqrt{|q^2|} q_s \sin \zeta \sin(\varphi + \chi), \quad (5.84)$$

$$q^3 = \pm \sqrt{|q^2|} q_s \cos \zeta, \quad (5.85)$$

ahol a q_c és q_s paraméterek között a következő kapcsolat áll fenn:

$$q_c^2 - q_s^2 = \operatorname{sgn} q^2. \quad (5.86)$$

Az (5.76) momentum spektrum ekkor a következő alakra hozható:

$$\begin{aligned} \frac{dN_h}{d^4p} &= C''' \sqrt{|q^2|} \sum_{\pm} \int_{\Theta(q^2)}^{\frac{E}{2\sqrt{|q^2|}}} q_s dq_c \int_{-1}^{+1} d \cos \zeta \sigma v_{12} E_1 E_2 \times \\ &\quad \frac{\Theta(X_{\pm}(\cos \zeta))}{\sqrt{X_{\pm}(\cos \zeta)}} \int dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1 f_2, \end{aligned} \quad (5.87)$$

$$X_{\pm}(x) = -(E^2 - s)q_s^2 x^2 + 2A_{\pm} p_z q_s x - (A_{\pm}^2 - p_T^2 q_s^2), \quad (5.88)$$

$$A_{\pm} = E q_c \mp \frac{m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{|q^2|}} \quad (5.89)$$

5.3.1. Tömegek

A MICOR modell fontos paraméterei a kvarktömegek. Az effektív, termikus fermiontömeget $SU(N_f)$ szimmetria esetén, $k \ll T$ határesetben az (1.66) képlet adja. A modell paramétereit válasszuk meg a (6.12) illesztési eredmények alapján, vagyis a csatolás legyen $g = \sqrt{4\pi \cdot 3} = 6.14$, a hőmérséklet $T = 160 \text{ MeV}$, a kvark ízek száma pedig $N_f = 3$. A tömegek értéke ekkor

$$M_f \sim 0.4 \text{ GeV}. \quad (5.90)$$

Az $SU(N_f)$ szimmetria sérülése azonban tömegfelhasadáshoz, könnyebb $q = u, d$ és nehezebb s kvarkokhoz vezet. A MICOR-ban az alábbi értékeket használjuk²

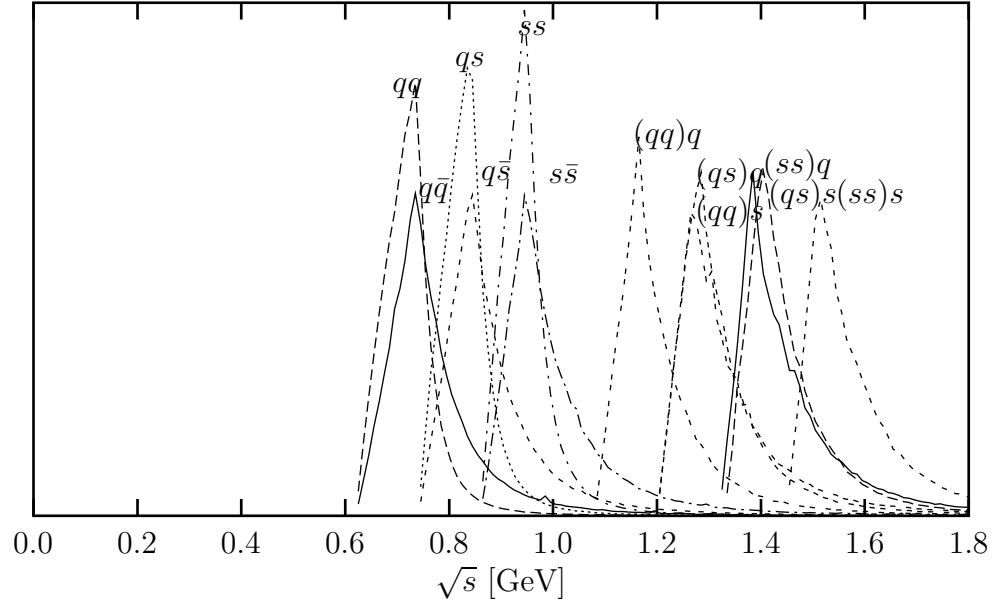
$$m_q = 310 \text{ MeV}, \quad m_s = 430 \text{ MeV}. \quad (5.91)$$

Érdeemes megjegyezni, hogy a csatolási állandónak a modellben használt értéke, melyből M_f -et kaptuk, az 1.6. szakaszban levezetett $g = \sqrt{4\pi \cdot 1.66} = 4.6$ értéktől 30%-kal tér el. Ez az eltérés a modell fenomenologikus voltából adódik. Oka az, hogy $g = 4.6$ -tal számolva a dikvarkok koaleszcencia faktoraira a modell túlságosan kicsi értékeket ad, így a mezonképződés jóval gyorsabb a dikvark-képződésnél. Az antikvarkok még azelőtt elfogynak, mielőtt elegendő anti-dikvark keletkezne, ennél fogva a vártnál jóval kisebb lesz az antibarionok száma. A csatolási állandó 30%-os növelése helyrehozza az antibarion-számot, az impulzusspektrumokra azonban nincs észrevehető hatással.

A prehadronok tömegét a bejövő részecskék impulzusai határozzák meg. Ehhez először az (5.87) impulzuseloszlást számítjuk ki, a bejövő kvarkok (5.3) Jüttner-eloszlásának behelyettesítésével. A térfogatra vett integrálokat az (5.2) Bjorken-áramlással együttmozgó (5.6) hiperfelületen végezzük el. Mind a mezonok, mind a barionok off-shell keletkeznek, vagyis négyesimpulzus-négyzetük eloszlásának zérustól különböző szélessége van. „Off-shell tömeg” eloszlásuk a következő:

$$\frac{dN}{d\sqrt{s}} = 2\pi\Theta(s - (m_1 + m_2)^2)\sqrt{s} \int_0^\infty p_T dp_T \int_{-\infty}^\infty dy \frac{dN}{d^4p}, \quad (5.92)$$

²A felsorolt paraméterek az 5.3.3. szakaszban ismertetett nemlokális koaleszcencia esetére vonatkoznak. Az 5.3.4 szakaszbeli lokális esetben a kvarktömegeket kb. 5%-kal nagyobbra növelni kell, hogy az összetett részecskék átlagos tömegei egyezzenek a fizikai hadrontömegekkel.



5.1. ábra. Koaleszcenciával keletkező mezonok és dikvarkok tömegeloszlásai. Az eloszlások 1-re normáltak.

ahol dN/d^4p az (5.87) képletből jön. A mezon-, dikvark- és bariontömegek eloszlása a 5.1. ábrán látható.

A barionkeltés számításánál figyelembe kell vennünk, hogy a kiinduló dikvarkok is koaleszcencia-folyamatban keletkeztek, eloszlásukat tehát az (5.87) képlet adja. Az 5.1. ábrán azonban látható, hogy tömegeloszlásuk szélessége kicsi a maximum pontjához képest. Vagyis jó közelítéssel úgy vehetjük, mintha határozott tömegűek lennének. Feltételezzük továbbá, hogy a dikvarkok ugyanabban az (5.2) Bjorken-áramlásban mozognak, mint a kvarkok. Így tehát a mezon- és dikvark-keltés számolására használt formalizmus a barionokra is alkalmazható, vagyis eloszlásukat számolhatjuk az (5.87) képlettel.

A barionok tömegeloszlása a mezonokéhoz hasonlóan éles csúccsal rendelkezik, vagyis szintén rendelhetünk hozzájuk határozott tömegeket. A mezon- és bariontömegek várható értékei, és a várható értékhez legközelebbi tömegű hadronok az 5.1 táblázatban vannak felsorolva. Figyeljük meg, hogy a keltett mezonok tömegei meglepően közel esnek a vektormezonokéhoz (ρ , ω , K^* , ϕ), a keltett barionok tömegei pedig a 3/2 spinű barion dekuplettbeli tömegekhez (Δ , Σ^* , Ξ^* , Ω). Az egyezés nem teljesen véletlen, ugyanis a modellben szereplő effektív kvarktömegek (5.91) értékei éppen e kritérium

	\sqrt{s} [GeV]		m [GeV]
$q\bar{q}$	0.772	ρ, ω	0.77
$q\bar{s}$	0.890	K^*	0.89
$s\bar{q}$	0.890	\bar{K}^*	0.89
$s\bar{s}$	1.021	ϕ	1.02
qq	0.725		0.77
qs	0.838		0.89
ss	0.953		1.01
$(qq)q$	1.221	Δ	1.23
$(qq)s$	1.451	Σ^*	1.38
$(qs)q$	1.338	Σ^*	1.38
$(qs)s$	1.475	Ξ^*	1.53
$(ss)q$	1.465	Ξ^*	1.53
$(ss)s$	1.608	Ω	1.67

5.1. táblázat. Koaleszcenciával keletkező részecskék tömegének várható értéke, és a folyamatokhoz rendelt hadronok.

alapján lettek megválasztva.

5.3.2. Transzverzális momentumspektrumok

Paraméterezzük a koaleszcencia folyamatban keletkező részecske négyesimpulzusát a következő módon:

$$\begin{aligned}
 p^0 &= \sqrt{s} \operatorname{ch} \mu \operatorname{ch} y, \\
 p^1 &= \sqrt{s} \operatorname{sh} \mu \cos \varphi, \\
 p^2 &= \sqrt{s} \operatorname{sh} \mu \sin \varphi, \\
 p^3 &= \sqrt{s} \operatorname{ch} \mu \operatorname{sh} y,
 \end{aligned} \tag{5.93}$$

ahol y a longitudinális rapiditás, μ pedig egy transzverzális sebességre jellemző paraméter. A négyesmomentum-spektrum ekkor

$$\frac{dN_h}{d^4p} = \frac{1}{2s \operatorname{sh} \mu} \cdot \frac{dN_h}{ds d\operatorname{sh} \mu dy d\varphi}, \tag{5.94}$$

Mivel a \sqrt{s} „off shell tömeg” eloszlása az előző szakaszban írottak szerint éles, ezért közelítésként számolhatunk tömeghéjon levő momentumspektrumokkal

($\sqrt{s} = m$). A transzverzális momentum- és tömeg-paraméterek tehát legyenek

$$m_T = m \operatorname{ch} \mu, \quad p_T = m \operatorname{sh} \mu. \quad (5.95)$$

Felhasználva a hengerszimmetriát, a tömeghéj közelített momentumspektrum az új paraméterekkel a következő alakban írható fel:

$$\frac{dN_h}{m_T dm_T dy} = \frac{\pi}{m^2} \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} ds s \frac{dN_h}{d^4p}, \quad (5.96)$$

ahol m_1 és m_2 a bejövő részecskék, m pedig a keletkező hadron tömege. Behelyettesítve az (5.87) kifejezést, a tömeghéj közelítés végeredménye

$$\begin{aligned} \frac{dN_h}{m_T dm_T dy} &= \frac{\pi C'''}{m^2} \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} ds s \sqrt{|q^2|} \sum_{\pm} \int_{\Theta(q^2)}^{\frac{E}{2\sqrt{|q^2|}}} q_s dq_c \int_{-1}^{+1} d \cos \zeta \sigma_{\nu_{12}} E_1 E_2 \times \\ &\frac{\Theta(X_{\pm}(\cos \zeta))}{\sqrt{X_{\pm}(\cos \zeta)}} \int dV_1 dV_2 \rho_{12} f_1 f_2, \end{aligned} \quad (5.97)$$

ahol a C''' konstans értékét az (5.77) kifejezés adja, q_c és q_s között az (5.86) összefüggés áll fenn, az $X^{\pm}(x)$ függvényt (5.88) definiálja, továbbá

$$q^2(s) = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} - \frac{s}{4}. \quad (5.98)$$

A MICOR modellben a „premezonok” momentumspektrumát az (5.97) képlet adja. Elvileg a dikvarkok eloszlását is ez a képlet adná, azonban a barionspektrumok számítása így elbonyolódna. Ehelyett az 5.3.1 szakaszban említett közelítést használjuk, vagyis feltesszük, hogy a dikvarkok a kvarkokhoz hasonló egyensúlyi eloszlással jellemezhetők. A kvark + dikvark \rightarrow barion folyamatok momentumspektrumát tehát szintén az (5.97) képlettel írjuk le, ahol f_1 és f_2 egyaránt Jüttner eloszlás. A végső barion momentumspektrumok számolásához szükség van az 5.2.2 szakaszban szereplő $N_{(q_1 q_2) q_3}$ mennyiségek végállapotbeli értékeire, vagyis a lezajlott $(q_1 q_2) + q_3 \rightarrow$ barion folyamatok teljes számaira. A spektrum többszörös folyamatoknál az egyes csatornák járulékaiknak súlyozott összege:

$$\frac{dN_B}{m_T dm_T dy} = \sum_i w_{i \rightarrow B} \frac{dN_{i \rightarrow B}}{m_T dm_T dy}. \quad (5.99)$$

A $\Sigma^* = qqs$ és $\Xi^* = qss$ barionok kétcsatornás folyamatokban keletkeznek, melyeknek súlyai az alábbiak:

$$w_1((qq) + s \rightarrow qqs) = \frac{N_{(qq)s}(\tau_2)}{N_{(qq)s}(\tau_2) + N_{(qs)q}(\tau_2)}, \quad (5.100)$$

$$w_2((qs) + q \rightarrow qqs) = \frac{N_{(qs)q}(\tau_2)}{N_{(qq)s}(\tau_2) + N_{(qs)q}(\tau_2)}, \quad (5.101)$$

$$w_1((qs) + s \rightarrow qss) = \frac{N_{(qs)s}(\tau_2)}{N_{(qs)s}(\tau_2) + N_{(ss)q}(\tau_2)}, \quad (5.102)$$

$$w_2((ss) + q \rightarrow qss) = \frac{N_{(ss)q}(\tau_2)}{N_{(qs)s}(\tau_2) + N_{(ss)q}(\tau_2)}, \quad (5.103)$$

ahol τ_2 a hadronizáció végének pillanata.

5.3.3. Helyfüggés nemlokális koaleszcencia esetén

Abban az esetben, ha a keletkező részecskék másodlagos kölcsönhatásait kaszkád programmal modellezzük (lásd 7. fejezet), nem elég a részecskék impulzusait ismerni, szükség van a helykoordináták ismeretére.

„Nemlokális” koaleszcencia, vagyis $\rho_{12} = 1$ esetén a két bejövő kvark a hadronizáció kezdeti pillanatában két különböző térbeli pontban tartózkodik. Egyszerű közelítésként feltételezzük, hogy az összetett részecske a bejövő részecskék helykoordinátáinak átlagához tartozó térbeli pontban keletkezik.

A momentumeloszlás (5.87) kifejezésében a helyfüggést az alábbi integrál tartalmazza:

$$\int \prod_{i=1}^2 dV_i f_i = \int \prod_{i=1}^2 (\tau \operatorname{ch} \theta + r_i \operatorname{sh} \theta)(\tau \operatorname{sh} \theta + r_i \operatorname{ch} \theta) dr_i d\eta_i d\phi_i f_i \quad (5.104)$$

Itt a dV térfogatelemre az (5.7) kifejezést használtuk. Mivel az (5.2) áramlás az r koordinátától független, az integrál értéke a következő kifejezéssel arányos:

$$\int_{-\eta_{\max}}^{+\eta_{\max}} d\eta_1 d\eta_2 \int_{-\pi}^{+\pi} d\phi_1 d\phi_2 f_1 f_2 = \int_{-\eta_{\max}}^{+\eta_{\max}} d\eta_+ \int_{-2\eta_{\max}+2|\eta_+|}^{2\eta_{\max}-2|\eta_+|} d\eta_- \int_{-\pi}^{+\pi} d\phi_+ \int_{-\pi}^{+\pi} d\phi_- f_1 f_2, \quad (5.105)$$

ahol $\phi_+ = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$, $\phi_- = \phi_1 - \phi_2$, $\eta_+ = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}$ és $\eta_- = \eta_1 - \eta_2$. Tegyük fel, hogy a koaleszcenciával keletkező részecske koordinátái $\phi = \phi_+$, $\eta = \eta_+$. A lokális

momentumeloszlás ekkor az (5.97) alapján

$$\begin{aligned} \frac{dN}{m_T dm_T dy d\varphi d\eta d\phi} &= C \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} ds s \sqrt{|q^2|} \sum_{\pm} \int_{\Theta(q^2)}^{\frac{E}{2\sqrt{|q^2|}}} q_s dq_c \int_{-1}^{+1} d \cos \zeta \sigma v_{12} E_1 E_2 \times \\ &\frac{\Theta(X_{\pm}(\cos \zeta))}{\sqrt{X_{\pm}(\cos \zeta)}} \int_{-2\eta_{\max}+2|\eta|}^{2\eta_{\max}-2|\eta|} d\eta_- \int_{-\pi}^{+\pi} d\phi_- f_1 f_2, \end{aligned} \quad (5.106)$$

ahol C konstans. Az eloszlás fontos tulajdonsága, hogy a hengerszimmetria miatt a φ és a ϕ szögeknek csak a különbségétől függhet:

$$\frac{dN}{m_T dm_T dy d\varphi d\eta d\phi} = f_3(m_T, y, \eta, \varphi - \phi). \quad (5.107)$$

Tegyük fel, hogy ez a szögfüggés jó közelítéssel faktorizálható. Vezessük be az alábbi függvényeket:

$$f_{\varphi}(\varphi, \eta) \equiv \int m_T dm_T dy f_3(m_T, y, \eta, \varphi), \quad (5.108)$$

$$g(m_T, y, \eta) \equiv \int_{-\pi}^{+\pi} d\varphi f_3(m_T, y, \eta, \varphi). \quad (5.109)$$

Ekkor a következő közelítést használjuk:

$$f_3(m_T, y, \eta, \varphi) \sim f_{\varphi}(\varphi, \eta) g(m_T, y, \eta). \quad (5.110)$$

Az f_3 eloszlás $y - \eta$ szerint is faktorizálható lenne a boost-invariancia miatt, ha $\eta_{\max} = \infty$ lenne. Azonban η_{\max} véges volta egy y -tól független η -függést is eredményez. A szögeloszlás η -függésének ellenőrzésére numerikusan kiszámoltam és összehasonlítottam $f_{\varphi}(\varphi, 0)$ értékeit az η -ra kiátlagolt eloszlással:

$$\hat{f}_{\varphi}(\varphi) = \frac{\int d\eta f_{\varphi}(\varphi, \eta)}{\int d\varphi d\eta f_{\varphi}(\varphi, \eta)}. \quad (5.111)$$

A számításokat a — CERN SPS ólom-ólom ütközések esetén reálisnak tekinthető, — $T_q = 170\text{MeV}$, $v_T = 0.47$, $\eta_{\max} = 2.2$ paraméterekkel végeztem.³ Maximális $\hat{f}_{\varphi} - f_{\varphi}$ különbségre, vagyis a boost invariancia hibájára 5%

³Ezekkel a paraméter értékekkel a MICOR jól fitteli a ρ , ϕ , Ω részecskéknek az NA50 illetve WA97 kísérletek által mért inverz meredekségeit [2]. E fittelés lokális koaleszcenciára vonatkozó változatát lásd a 6.2. szakaszban.

adódott. A hiba kis mértéke azt jelenti, hogy f_φ η -függésétől eltekinthetünk. A továbbiakban az alábbi definíciót használjuk:

$$f_\varphi(\varphi) \equiv f_\varphi(\varphi, 0). \quad (5.112)$$

A (5.106) képlet alapján a rapiditáseloszlás

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{d\eta} = \int_{-2\eta_{\max}+2|\eta|}^{2\eta_{\max}-2|\eta|} d\eta_- F(\eta, \eta_-) \quad (5.113)$$

alakban írható fel. Ezt az integrált első rendben a következő kifejezéssel közelíthetjük:

$$f_\eta(\eta) = \frac{\eta_{\max} - |\eta|}{\eta_{\max}^2} \Theta(\eta_{\max} - |\eta|). \quad (5.114)$$

Tegyük fel, hogy az eloszlás rapiditásfüggését az $f_\eta(\eta)$ faktor hordozza, tőle eltekintve pedig érvényes a boost-invariancia:

$$f_3(m_T, y, \eta, \varphi) \sim f_\eta(\eta) f_3(m_T, y - \eta, 0, \varphi). \quad (5.115)$$

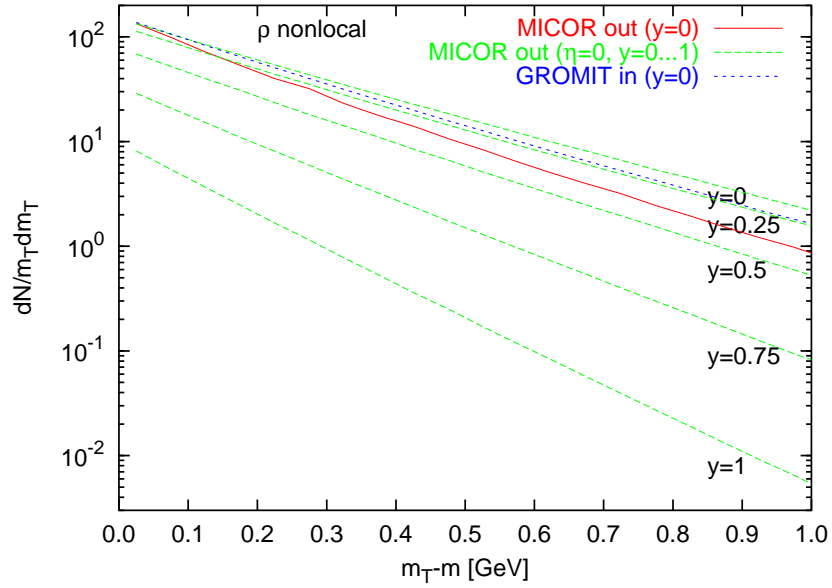
A (5.110) közelítés behelyettesítésével ekkor

$$f_3(m_T, y, \eta, \varphi) \sim f_\eta(\eta) f_\varphi(\varphi) g(m_T, y - \eta, 0). \quad (5.116)$$

A faktorizálások lehetővé teszik, hogy egy részecske koordinátáit a következő algoritmussal generáljuk:

1. m_T és y generálása a $g(m_T, y, 0)$ eloszlás szerint.
2. φ szög generálása az $f_\varphi(\varphi)$ eloszlás szerint.
3. η koordináta generálása az $f_\eta(\eta)$ eloszlás szerint.
4. ϕ szög generálása a $[-\pi, +\pi[$ intervallumban.
5. Momentum elforgatása és boostolása:

$$\varphi \longrightarrow \varphi + \phi, \quad y \longrightarrow y + \eta$$



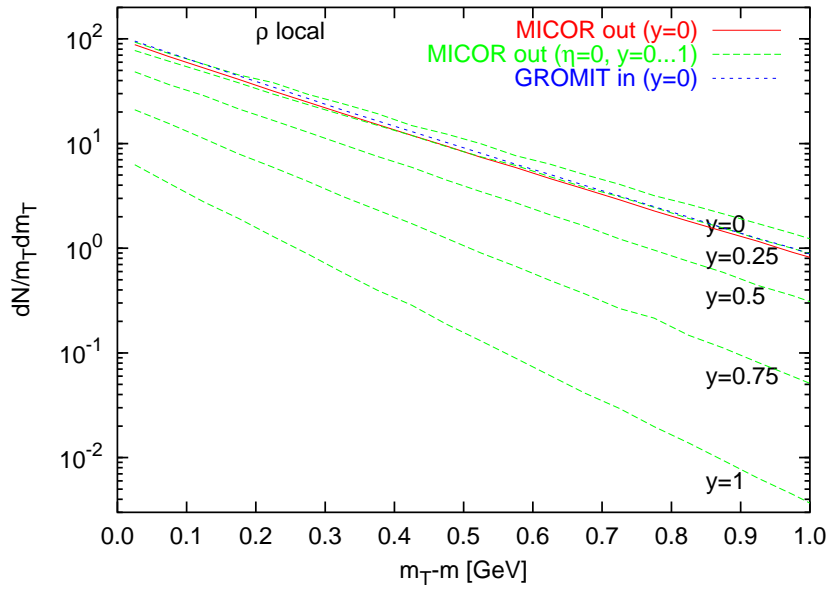
5.2. ábra. Transzverzális impulzusspektrumok nemlokális koaleszcencia esetén.

A szimuláció legszámításigényesebb része a g függvény kiértékelése egy kétdimenziós rács minden pontjában, $\mathcal{O}(n^2)$ idő alatt. Erre az 1. pont miatt van szükség. Az η - és szögfüggés leválasztásának jelentősége az, hogy e nélkül rácsunk 4 dimenziós lenne, a számítási idő pedig $\mathcal{O}(n^4)$.

Levezetésünk eredményének furcsa tulajdonsága az (5.114) eloszlás alakja, amely egy $2\eta_{\max}$ szélességű alappal és $\eta = 0$ pontbeli csúccsal rendelkező háromszög. Egy háromszög alakú rapiditáseloszlás ellentmond a fizikai intuíciónak, azonban vegyük figyelembe, hogy a levezetésnél szélsőséges egyszerűsítéseket tettünk:

- A koaleszcenciasugár a rendszer méretével arányos. Matematikailag ezt úgy valósítottuk meg, hogy két részecske koaleszcenciájának valószínűségét függetlennek vettük kezdeti távolságuktól.
- Az összetett részecske a bemenő részecskék helykoordinátáinak átlagával jellemzett pontban keletkezik.

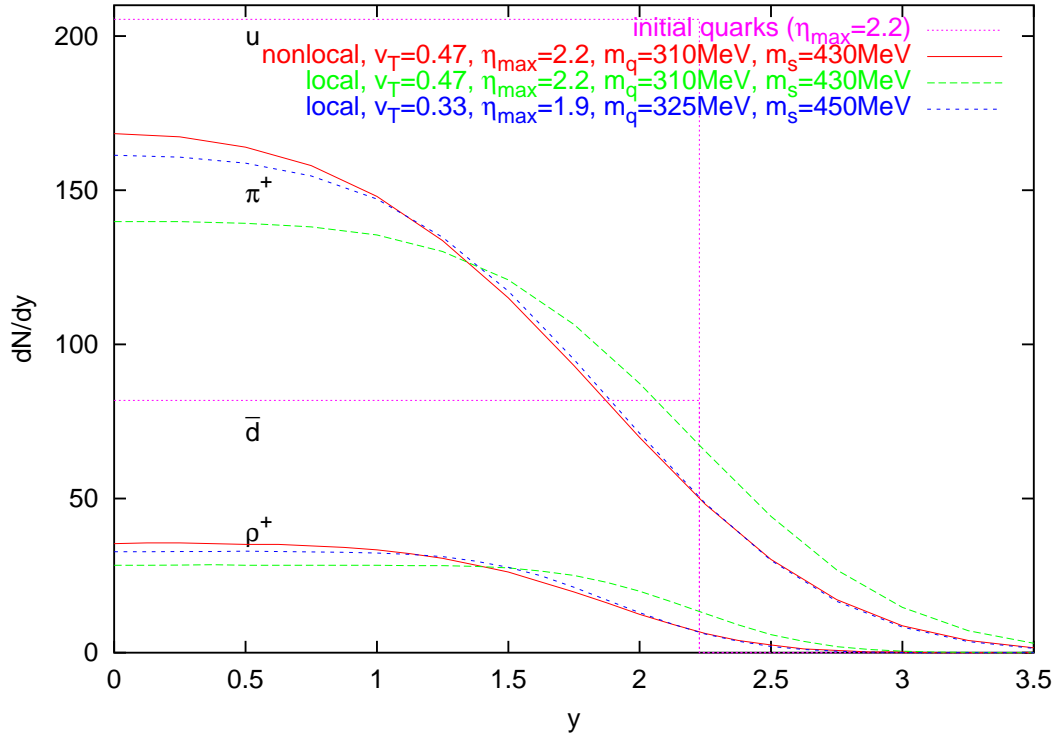
Kérdés, hogy a vázolt közelítés a helyfüggésre mennyire „pontos”. Az 5.2. ábrán a piros vonal („MICOR out ($y = 0$)”) a koaleszcenciával keletkező ρ



5.3. ábra. Transzverzális impulzusspektrumok lokális koaleszcencia esetén.

mezon transzverzális momentumspektruma közép-rapidityban ($y = 0$), „közelítésmentes” esetben. A zöld vonalak („MICOR out ($\eta = 0, y = 0 \dots 1$)”) a lokális, $\eta = 0$ koordináta-rapiditybeli, vagyis a $g(m_T, y, 0)$ függvény által adott spektrumot ábrázolják különböző y értékekre. Mivel a közelítés szerint a spektrum m_T -függő része a rapiditástól csak $(y - \eta)$ -n keresztül függ, ezért úgy is vehetjük, mintha mindegyik zöld görbe $y = 0$ -hoz tartozna, különböző η értékekre. Így ha a közelítés szerinti eloszlással generálunk részecskéket, akkor m_T -eloszlásuk a zöld görbék „átlaga” lesz. Az így kapott eloszlás a kék görbe („GROMIT in ($y = 0$)”). Ideális esetben, ha a helyfüggésre alkalmazott közelítésünk tökéletes lenne, akkor a piros és a kék görbék fednie kellene egymást. Valójában nem fedik egymást, a másodlagos kölcsönhatások szimulációjára használt kaszkádprogram (GROMIT) kezdőállapotában szereplő ρ mezon inverz meredeksége nagyobb, mint a MICOR végállapotában szereplő ρ mezoné.

Ezen a hibán várhatóan sokat javítana, ha a másik véglet, a *lokális* koaleszcencia esetét számolnánk. Ez esetben ugyanis a koaleszcenciával keletkező részecske helyét egzaktul tudjuk.

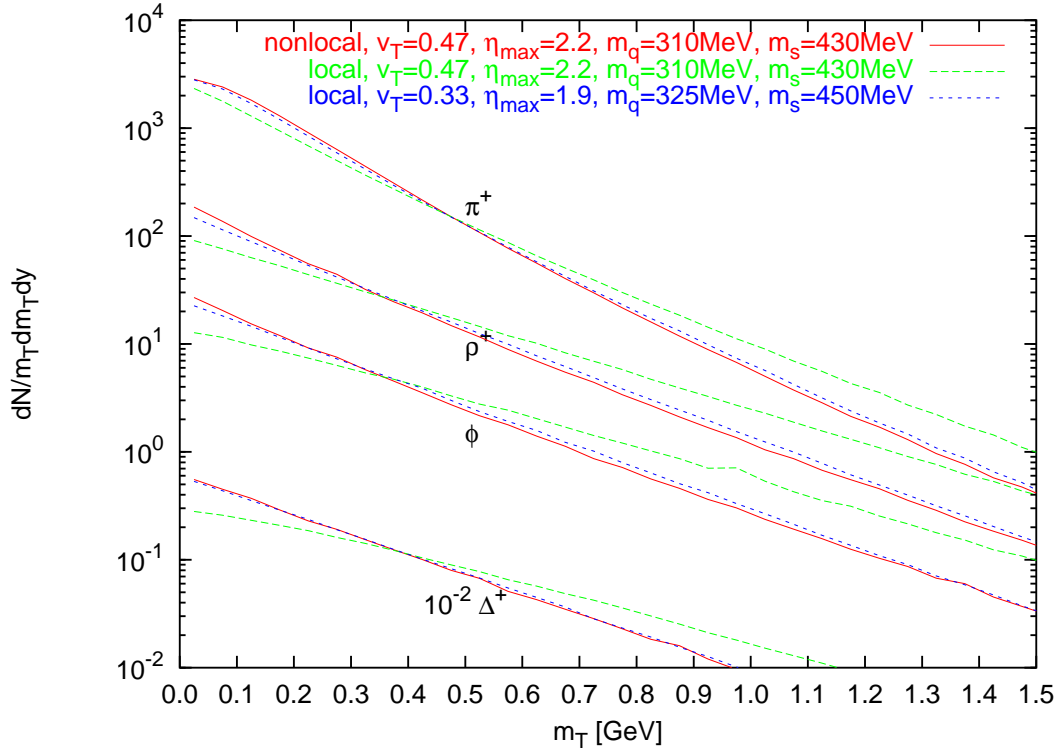


5.4. ábra. Rapidityeloszlások a MICOR modellben, $T = 170$ MeV kezdeti hőmérséklet és lokális illetve nemlokális koaleszcencia esetén. A pionok rezonanciabomlásokból származnak.

5.3.4. Helyfüggés lokális koaleszcencia esetén

Az η -függést pontosabban meghatározhatjuk, ha feltesszük, hogy csak olyan részecskék vehetnek részt koaleszcencia folyamatban, amelyeknek kezdeti távolsága zérus, vagyis ugyanabban a térbeli pontban tartózkodtak. Ebben a pontban keletkezik az összetett részecske is. A (5.106) képletbeli ϕ_- - és η_- -integrálokra ekkor nincs szükség:

$$f_3(m_T, y, \eta, \varphi - \phi) = C \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} ds s \sqrt{|q^2|} \sum_{\pm} \int_{\Theta(q^2)}^{\frac{E}{2\sqrt{|q^2|}}} q_s dq_c \int_{-1}^{+1} d \cos \zeta \sigma v_{12} E_1 E_2 \times \frac{\Theta(X_{\pm}(\cos \zeta))}{\sqrt{X_{\pm}(\cos \zeta)}} f_1 f_2. \quad (5.117)$$

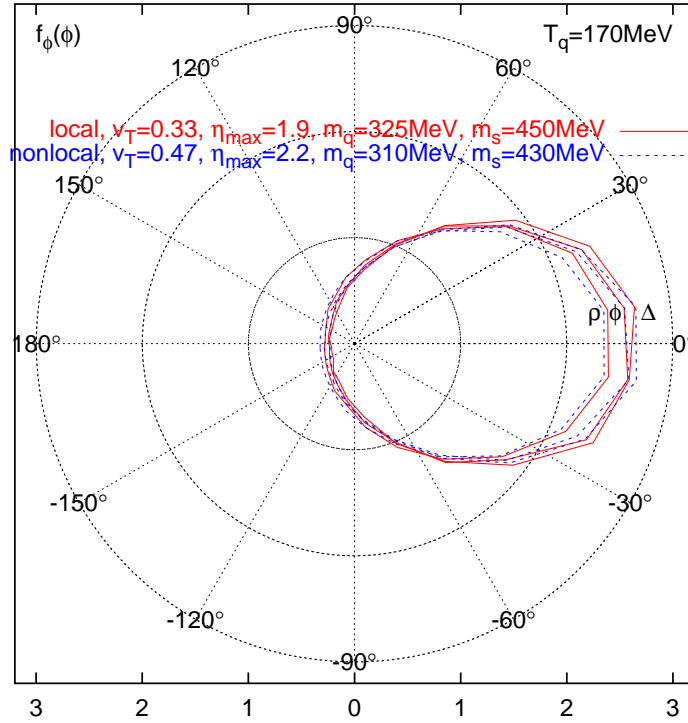


5.5. ábra. Transzverzális impulzuseloszlások lokális illetve nemlokális koaleszcencia esetén.

A rapiditáseloszlás azonos a kvarkokéval, amely pedig feltevésünk szerint egyszerű konstans függvény. A rapiditásfüggés egzakt, illetve a szögfüggés közelítő faktorizálásával az alábbi összefüggést kapjuk:

$$f_3(m_T, y, \eta, \varphi) \sim f_\varphi(\varphi) g(m_T, y - \eta, 0). \quad (5.118)$$

A lokális koaleszcencia feltevésével számolt spektrumok természetesen nem egyeznek a nemlokális esetben kapottakkal. A 5.4. ábrán látszik, hogy a rapiditáseloszlás szélesebb, mint nemlokális esetben. Ennek oka az, hogy lokális esetben az η -eloszlás konstans, míg nemlokális esetben közepén csúcsosodó háromszög. Szerencsére a különbséget korrigálni lehet a modell η_{\max} paraméterének csökkentésével. A 5.5. ábrán látható, hogy az inverz meredekségek is nagyobbak, mint nemlokális esetben. Ez az eltérést is korrigálható, a v_T transzverzális áramlási sebesség paraméter csökkentésével. További eltérés van a keletkező részecskék tömegeloszlásában. Lokális esetben kisebb



5.6. ábra. Szögeloszlások lokális illetve nemlokális koaleszcencia esetén.

tömegnél van az eloszlás csúcsa. Ahhoz, hogy ugyanott kapjuk a csúcsokat, kis mértékben növelni kell a kvarktömegeket. E néhány paraméter megváltoztatásával azonban meglepő módon nagyon hasonló impulzus-spektrumokat kapunk, mint nemlokális esetben. Az 5.6. ábrán látható, hogy az egyezés a szögeloszlásra is jó közelítéssel fennáll.

A numerikus számítások szerint tehát a lokális koaleszcenciával kapott momentumspektrumok azonosak lehetnek a nemlokális koaleszcenciával kapottakkal, ha kisebb v_T , kisebb η_{\max} és nagyobb kvarktömeg paramétereiket választunk. Alapvető előnye viszont, hogy a helyfüggésre alkalmazott közelítés sokkal pontosabb: az 5.2. ábrán látható, előző szakasz végén vázolt pontatlanság nem lép fel. Az 5.3. ábrán a kék és a piros görbe fedti egymást, vagyis a MICOR végállapotából a helyfüggésre alkalmazott közelítéssel generált részecske spektruma ugyanaz, mint a közelítésmentes esetben, a helyfüggést figyelmen kívül hagyva.

	$c\tau$	fő bomlások
ρ	1.3 fm	$\pi\pi$ (100%)
ω	23 fm	$\pi^+\pi^-\pi^0$ (89%), $\pi^0\gamma$ (8.5%), $\pi^+\pi^-$ (2%)
K^*	0.2 fm	$K\pi$ (100%)
ϕ	144 pm	K^+K^- (49%), $K_L^0K_S^0$ (34%), $\rho\pi$ (13%), $\pi^+\pi^-\pi^0$ (3%)
Δ	1.6 fm	$N\pi$ (>99%)
Σ^*	5.5 fm	$\Lambda\pi$ (88%), $\Sigma\pi$ (12%)
Ξ^*	21 fm	$\Xi\pi$ (100%)
Ω	2.5 cm	ΛK^- (68%), $\Xi^0\pi^-$ (23.5%), $\Xi^-\pi^0$ (8.5%)

5.2. táblázat. A MICOR modellben koaleszcenciával keletkező részecskék és bomlásaik.

A továbbiakban a másodlagos kölcsönhatásokat is tartalmazó szimulációk kezdőállapotát lokális MICOR koaleszcenciával generálok.

5.4. Bomlások

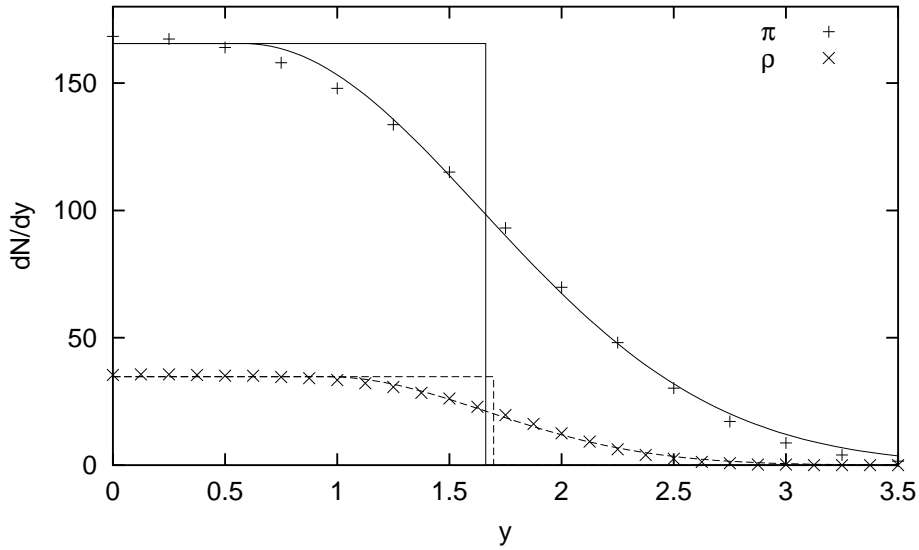
A direkt koaleszcenciával keletkező rezonanciák és egyéb gerjesztett multiplettbeli részecskék rövid időn belül elbomlanak. A MICOR koaleszcenciával keletkező részecskék: ρ , ω , K^* , ϕ , Δ , Σ^* , Ξ^* , Ω (és antirészecskéik). A végállapotbeli hadronok: π , K , p , n , Λ , Σ , Ξ , Ω . Az élettartamok és a fő bomlások a 5.2. táblázatban láthatók.

A MICOR modell korai változatában, a helyfüggésre vonatkozó közelítések bevezetése előtt a bomlások jelentették a szimulált másodlagos kölcsönhatások egyetlen fajtáját. Ehhez ugyanis nincs szükség a sűrűség időfüggésének ismeretére. A bomlásokat a JETSET programmal [51] szimuláltam.

A bomlások momentumtérbeli hatásának vizsgálatához illesszük az alábbi függvényt a rapiditáseloszlásra:

$$f(y) = a \Theta(b - |y|) + a \Theta(|y| - b) \exp\left(-\frac{(|y| - b)^2}{2c^2}\right). \quad (5.119)$$

Ez egy a magasságú, b félszélességű plató, melyhez mindkét szélén c szórásparaméterű Gauss függvényt kapcsolunk. Definiáljuk a rapiditáseloszlás félszélességét $b + c$ -nek. Az alábbi táblázatban látható néhány részecskére és bomlástermékére a plató, illetve a teljes eloszlás félszélessége:



5.7. ábra. Fél-Gauss-szal kiegészített plató és lépcsőfüggvény illesztése a ρ és a π rapiditáseloszlására. A lépcsőfüggvények értéke az $y = b + c$ pontig különbözik zérustól, ez a pont az eloszlás „félszélessége”. A rezonancia és a bomlástermék eloszlása e definíció szerint 1% pontossággal azonos szélességű.

Rezonancia	b	$b + c$	Bomlástermék	b	$b + c$
ρ	0.94	1.66	π^+	0.59	1.64
K^*	1.02	1.70	K^+	0.90	1.68
Δ	1.14	1.75	p	1.09	1.74

A bomlástermékhez tartozó plató minden esetben keskenyebb, mint az eredeti rezonancia platója (b paraméter). A különbség annál nagyobb, minél nagyobb a két részecske tömegkülönbsége. A teljes eloszlás szélessége ($b + c$) azonban minden esetben 1% pontosságon belül azonos, lásd még a 5.7. ábrát. A bomlások hatása rapiditástérben tehát az, hogy az eloszlást „elkenik”, közelebb viszik a Gauss eloszláshoz, szélességét viszont változatlanul hagyják.

A transzverzális impulzuseloszlásban is megfigyelhető különbség. Az 5.5. ábrán a ρ mezon és a pion spektruma is látható. Az inverz meredekség a pionra kisebb, kb. 70 MeV-vel, ha az $m_T - m > 0.3$ GeV tartományban illesztünk. A spektrumnak ez a tulajdonsága általában is igaz, az inverz meredekség 30-70 MeV-vel kisebb a bomlástermékekre. Ez a különbség pedig szintén annál nagyobb, minél nagyobb a tömegkülönbség.

6. fejezet

MICOR és a kísérlet

A MICOR modell paraméterei a kezdeti kvarkanyagot írják le, értékük azonban csak a végállapotra vonatkozó kísérleti eredményekből határozható meg. A modell erőssége, hogy néhány kezdeti paraméterrel teljes végállapoti spektrumokat generál, sok részecskére. Az egyes paraméterek illesztéséhez segítséget ad annak ismerete, hogy változtatásuk a végállapotot milyen módon befolyásolja. A következő táblázat a paramétereket és azok fő hatásait foglalja össze.

Paraméter	Mire hat?	
T_q	hőmérséklet	transzverzális meredekségek
v_T	transzverzális áramlási sebesség	transzverzális meredekségek tömegfüggése
η_{\max}	maximális longitudinális rapiditás	dN/dy
α	csatolási állandó a hatáskeresztmetszetben	barionok mezonokhoz viszonyított számaránya
$N_u, N_d, N_s, N_{\bar{u}}, N_{\bar{d}}, N_{\bar{s}}$	kvarkok és antikvarkok száma	teljes részecskeszámok

Ha a participáns nukleonok $A^{(p)}$ száma ismert, akkor a 6 kvarkszám paraméter kettőre redukálható. A participáns kvarkok átlagos számai:

$$N_u^{(p)} = \frac{A^{(p)}}{A_1 + A_2} \sum_{i=1}^2 (2Z_i + (A_i - Z_i)), \quad (6.1)$$

$$N_d^{(p)} = \frac{A^{(p)}}{A_1 + A_2} \sum_{i=1}^2 (Z_i + 2(A_i - Z_i)). \quad (6.2)$$

A keletkező kvark-antikvark párok száma az izospin-szimmetria miatt két paraméterrel leírható:

$$N_{u\bar{u}} = \frac{1}{2}N_{q\bar{q}}, \quad N_{d\bar{d}} = \frac{1}{2}N_{q\bar{q}}, \quad N_{s\bar{s}} = \frac{1}{2}\lambda_s N_{q\bar{q}}, \quad (6.3)$$

ahol $N_{q\bar{q}}$ a könnyű kvarkpárok száma, λ_s pedig a Wroblewski faktor [52]. A teljes kezdeti kvarkszámokat megkapjuk, ha a participánsok számához hozzáadjuk a párok számait:

$$N_u = N_u^{(p)} + \frac{1}{2}N_{q\bar{q}}, \quad N_{\bar{u}} = \frac{1}{2}N_{q\bar{q}}, \quad (6.4)$$

$$N_d = N_d^{(p)} + \frac{1}{2}N_{q\bar{q}}, \quad N_{\bar{d}} = \frac{1}{2}N_{q\bar{q}}, \quad (6.5)$$

$$N_s = \frac{1}{2}\lambda_s N_{q\bar{q}}, \quad N_{\bar{s}} = \frac{1}{2}\lambda_s N_{q\bar{q}}. \quad (6.6)$$

Kísérletekben a kis tömegű, hosszú élettartamú részecskék mérése a legegyszerűbb, rájuk van a legjobb statisztika. Kézenfekvő tehát a kísérlet és az elmélet összehasonlítását velük kezdeni.

6.1. Illesztések hosszú életű részecskékre

A kezdeti u , d , s kvarkokból és antikvarkokból a MICOR modell rezonanciákat és gerjesztett multipléttbeli részecskéket generál, melyeket a JETSET program [51] kisebb tömegű, hosszabb élettartamú mezonokra és barionokra - π , K , p , n , Λ , Σ , Ξ , Ω részecskékre - bont el.

CERN SPS energián, centrális $^{208}\text{Pb} + ^{208}\text{Pb}$ ütközésekben a participáns nukleonok száma $A^{(p)} = 390$, melyből a (6.1-6.2) képletekkel számolható a participáns kvarkok száma:

$$N_u^{(p)} = \frac{390}{416} \times 580 \simeq 544, \quad N_d^{(p)} = \frac{390}{416} \times 668 \simeq 626. \quad (6.7)$$

A keletkező kvark-antikvark párok száma és a ritka párok részaránya szimulációimban

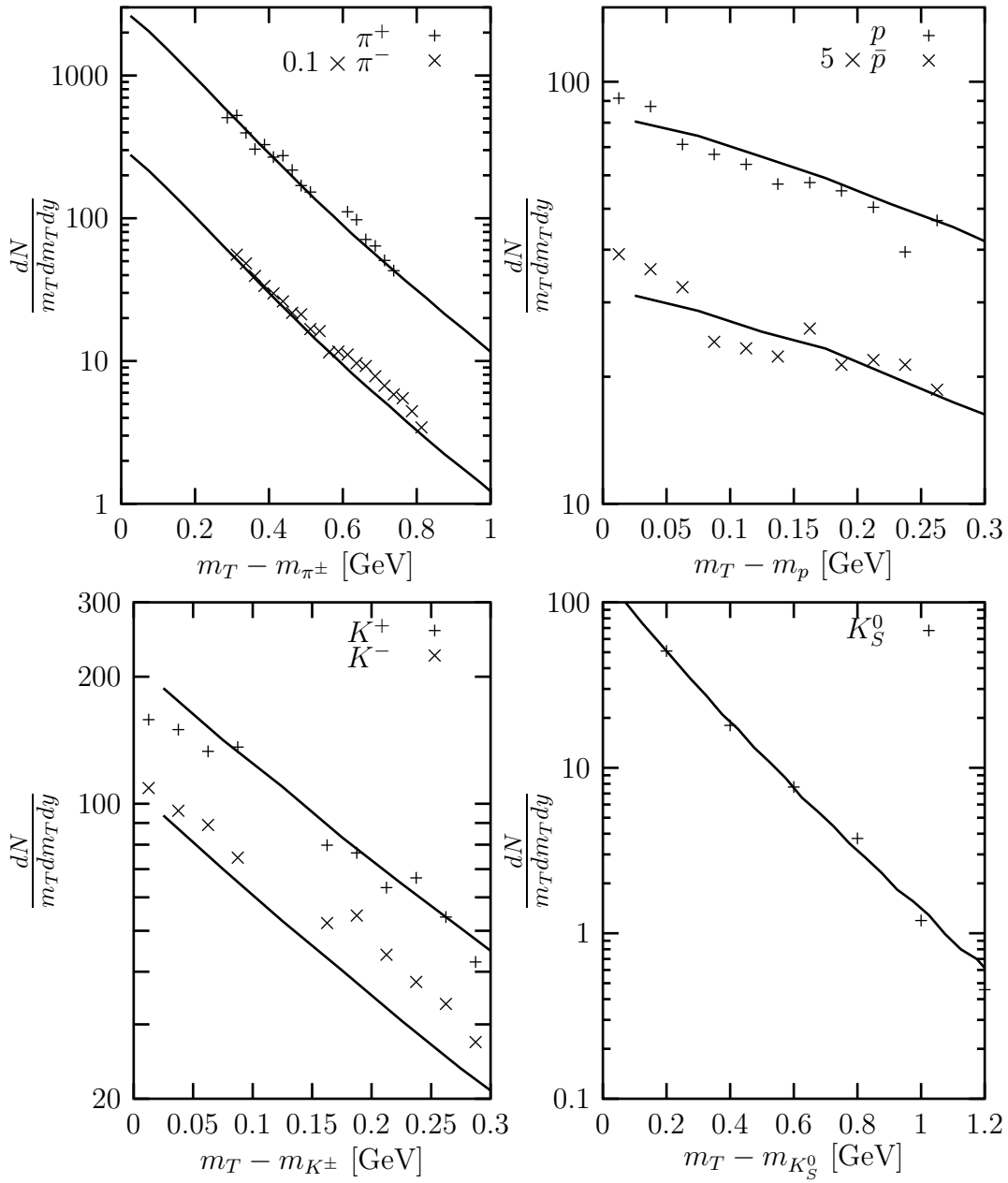
$$N_{q\bar{q}} = 720, \quad \lambda_s = 0.7, \quad (6.8)$$

melyekből (6.4-6.6) szerint a teljes kvarkszámok

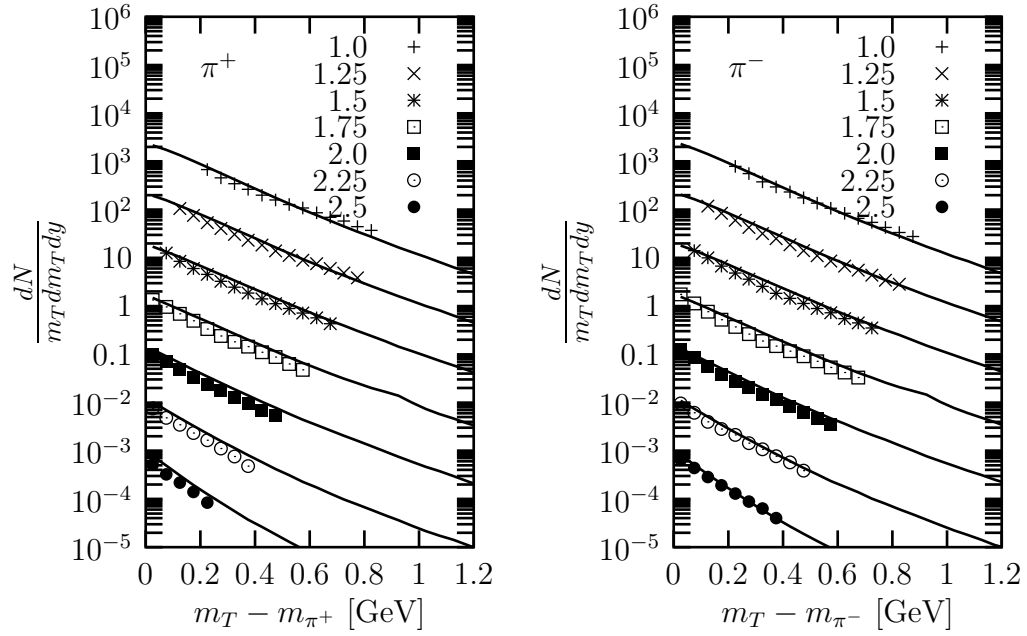
$$N_u = 544 + 360 = 904, \quad N_{\bar{u}} = 360, \quad (6.9)$$

$$N_d = 626 + 360 = 986, \quad N_{\bar{d}} = 360, \quad (6.10)$$

$$N_s = 0.7 \times 360 \simeq 250, \quad N_{\bar{s}} = 250. \quad (6.11)$$



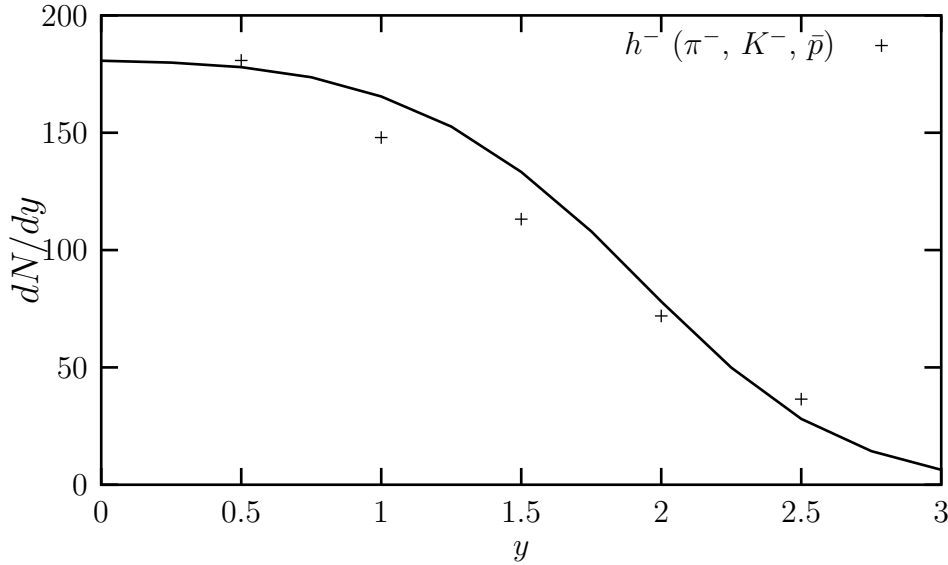
6.1. ábra. Transzverzális impulzusspektrumok a középső rapiditás-tartományban, az NA49 kísérletből [53, 54] és a MICOR modellből.



6.2. ábra. Pion impulzusspektrumok különböző rapiditásokra, az NA49 MTPC adatokból [55] és a MICOR-ból.

		π^+		π^-	
y_{CM}	$p_{T \min}$ [GeV]	T [MeV]		T [MeV]	
		NA49	MICOR	NA49	MICOR
1.25	0.19	209±6	185	203±4	184
1.5	0.13	199±5	188	198±5	187
1.75	0	184±6	185	189±5	185
2.0	0	160±16	172	176±5	172
2.25	0	133±19	149	153±10	149
2.5	0	120±6	123	127±15	122

6.1. táblázat. Inverz meredekségek rapiditásfüggése. A (A.4) képlet illesztése a 6.2. ábra $p_T > p_{T \min}$ pontjaira.



6.3. ábra. Töltött részecskék rapiditáseloszlása az NA49 kísérlet [53] és a MICOR modell szerint.

Ezek a kezdeti adatok különböznek az ALCOR modell $N_{q\bar{q}} = 391$, $\lambda_s = 0.44$ input paramétereitől (lásd például ref. [1]). Ennek oka a rapiditáseloszlásokra alkalmazott közelítés durvasága. A MICOR-ban feltesszük, hogy minden kezdeti kvarknak ugyanolyan, $2\eta_{\max}$ szélességű eloszlása van. Ez a közelítés azért durva, mert a könnyű kvarkok többsége a nagy sebességgel egymás felé haladó magokból származik, ellentétben a — kizárólagosan párkeltésből származó — ritka kvarkokkal. Az $s\bar{s}$ párok az ütközés középpontjában keletkeznek viszonylag kisebb momentummal, a könnyű kvarkoknak viszont szélesebb — az ütköző magok relatív sebességének megfelelő szélességű — rapiditáseloszlása van. A MICOR ezt a tényezőt nem veszi figyelembe, ennél fogva a ritka részecskék, például a kaon rapiditáseloszlását a kísérletben mértnél szélesebbnek és „laposabbnak” adja. Mivel a MICOR-ral elsősorban a közép-rapiditásbeli spektrumokat próbáljuk reprodukálni, ezért a kaonszám ebben a tartományban tapasztalt csökkenését korrigálnunk kell. A korrekció legegyszerűbb, új paraméterek bevezetését nem kívánó módja pedig az, ha az $s\bar{s}$ párok számát növeljük.

A MICOR modell egyéb paramétereit az NA49 kísérletből származó pion, kaon és proton spektrumokra történő illesztéssel határoztam meg. T_q és

részecske	$p_{T \min}$ [GeV]	T [MeV]		
		kísérlet		MICOR $v_T = 0.68$
π^+	0.39	188 ± 6	(NA49)	185
π^-	0.41	192 ± 3	(NA49)	188
K^+	0	224 ± 12	(NA49)	213
K^-	0	213 ± 6	(NA49)	205
K_S^0	0.33	223 ± 13	(NA49)	220
$\rho + \omega$	1.3	242 ± 10	(NA50) ¹	296
p	0	301 ± 18	(NA49)	310
\bar{p}	0	291 ± 24	(NA49)	310
ϕ	1.1	247 ± 10	(NA50) ¹	319
Λ	1	293 ± 24	(NA49)	318
$\bar{\Lambda}$	1	288 ± 10	(NA49)	314
Ξ^-	0	286 ± 9	(WA97)	396
$\bar{\Xi}^+$	0	284 ± 17	(WA97)	391
Ω	0	251 ± 19	(WA97)	488

6.2. táblázat. Inverz meredekségek a kísérletek [53, 59] és a MICOR szerint. Az illesztés a $p_T \geq p_{T \min}$ tartományban történt, a (A.4) képlet használatával.

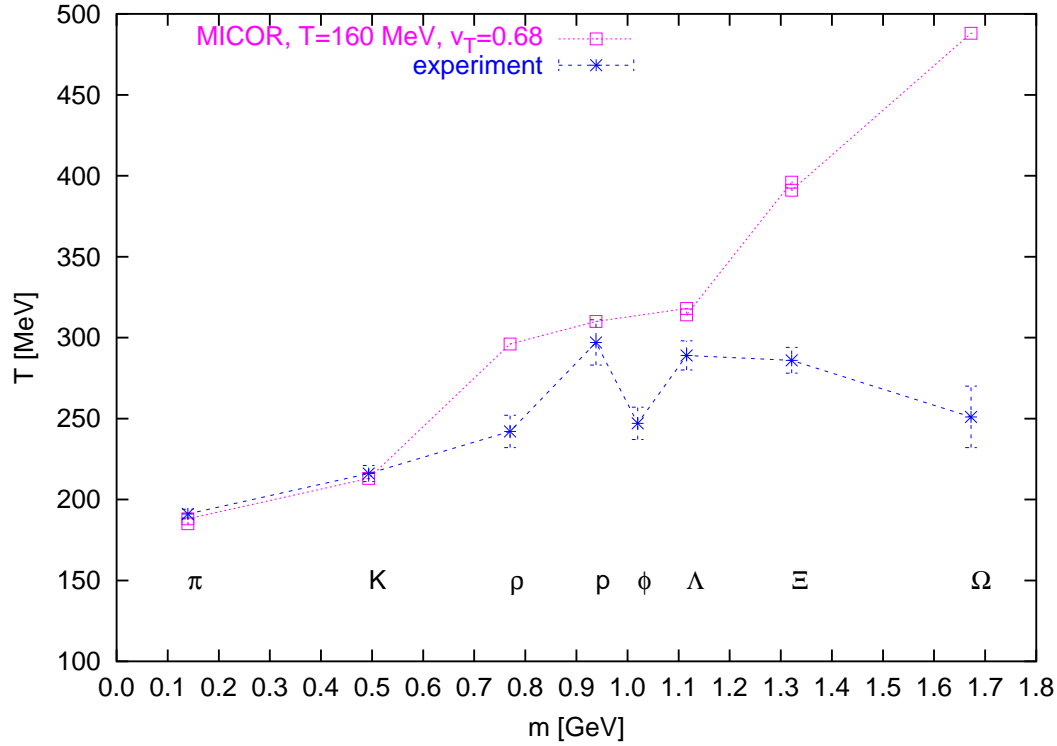
v_T változtatására a közép-rapiditybeli transzverz momentum-spektrumok érzékenyek (6.1. ábra), η_{\max} a rapiditásfüggéseket befolyásolja (lásd a 6.2-6.3. ábrákat és a 6.1. táblázatot), α pedig a keletkező protonok számát. A hőmérsékletet $T_q = 160$ MeV értéken rögzítjük, összhangban a 1.5 szakaszban említett rács-QCD eredményekkel. Ekkor nemlokális koaleszcenciával számolva (lásd a 5.3.3. szakaszt) a legjobb illesztés [10]:

$$T_q = 160 \text{ MeV}, \quad v_T = 0.68 \pm 0.03, \quad \eta_{\max} = 2.2 \pm 0.1, \quad \alpha = 3 \pm 0.5. \quad (6.12)$$

Ezekkel a bemenő adatokkal a kijövő részecskék inverz meredekségeire a 6.2. táblázatban és 6.4. ábrán látható értékeket kapjuk.

A modell a pion, kaon, proton spektrumokat láthatóan jól fitteli a kö-

¹Az NA50 mérési adatokat sajnos eredetileg a (A.8) képlettel fittelték (lásd 6.3. táblázat), amely általában kb. 20 MeV-vel kisebb értékeket ad. Ezt azt eltérést a $T \simeq T^{(\alpha=1/2)} + \Delta T$ közelítő képlet segítségével korrigáltam, melyben ΔT a MICOR által adott két meredekség különbsége: $\Delta T_\rho = 18$ MeV, $\Delta T_\phi = 20$ MeV.



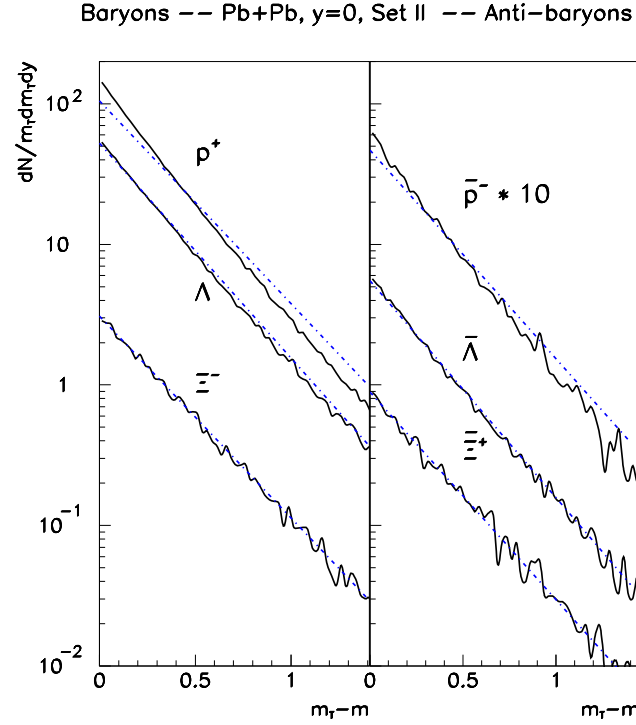
6.4. ábra. Inverz meredekségek a részecsketömeg függvényében.

zép-rapidity tartományban, nehezebb részecskékre adott jóslatai azonban erősen túlbecsülik az inverz meredekségeket. A hiperonok impulzusspektrumának leírása nem lehetséges a (6.12) paraméter értékekkel, de található olyan alternatív hőmérséklet- és áramlási sebesség-értékek, amelyekkel igen [1]:

$$T_q^{(\text{alt})} = 175 \text{ MeV}, \quad v_T^{(\text{alt})} = 0.57. \quad (6.13)$$

Alacsonyabb áramlási sebességet és kicsivel magasabb hőmérsékletet feltételezve tehát a kísérlettel egyező transzverzális impulzusspektrumot kaphatunk a Λ és a Ξ hiperonokra (lásd a 6.5. ábrát), ekkor azonban a protonra és a könnyebb részecskékre kapunk túlságosan alacsony inverz meredekségeket.

A könnyebb részecskék és a hiperonok impulzusspektrumának egy paraméter-együttessel történő leírása tehát problémát jelent. Sem a (6.12), sem a (6.13) paraméter-együttes nem illeszkedik minden részecskére. A kísérleti



6.5. ábra. A MICOR illesztése a Λ , Ξ hiperonok spektrumára. A folytonos görbék a (6.13) alternatív paraméter értékekkel végzett szimulációk adták [1], a szaggatott vonalak pedig az NA49 kollaboráció mérései [56].

eredményektől való eltérésnek két fő oka lehetséges.

1. Másodlagos kölcsönhatások elhanyagolása. A hosszabb élettartamú hadronok létrejöttüket követően másodlagos szórási folyamatokban vesznek részt, egészen a kifagyásig, vagyis addig a pillanatig, amikor az átlagos szabad úthossz eléri a rendszer méretét. A MICOR szimulációkban azonnali kifagyást tételezünk fel, nem vesszük figyelembe, hogy a másodlagos szórások változtathatják a momentumspektrumokat.
2. A kezdeti hőmérséklet és a transzverzális áramlási sebesség helyfüggésének figyelmen kívül hagyása. A hőmérséklet valójában az ütközés centrumától távolodva csökken, $v_T(r)$ pedig $r = 0$ -hoz közeledve zérushoz tart. Feltehető, hogy a nagyobb tömegű rezonanciák az anyag forróbb

részecske	$m_{\Gamma \min}$ [GeV]	$T^{(\alpha=1/2)}$ [MeV]	
		NA50	MICOR ($v_T = 0.68$)
$\rho + \omega$	1.5	224 ± 10	278
ϕ	1.5	227 ± 10	299

6.3. táblázat. Vektormezon meredekségek a kísérletből és a MICOR-ból. A modellparaméterek a pion, a proton és a kaon spektrumára való illesztésből lettek meghatározva, a másodlagos kölcsönhatások elhanyagolásával.

részein keletkeznek, vagyis a középpontban. A középpont környékén viszont $v_T(r) \sim 0$, emiatt a keletkező részecskék inverz transzverzális meredeksége kisebb annál, mintha véges v_T -jú anyagban jöttek volna létre. (A témáról részletesebben lásd ref. [57].)

A másodlagos kölcsönhatások elhanyagolása valójában inkább a rövid élettartamú, gerjesztett multipllettbeli részecskékre lehet jó közelítés, mint bomlásaik végtermékeire. Érdekes tehát a gerjesztett multipllettekre is összehasonlítani a transzverzális slope-okat a kísérlettel. A MICOR számolás ez esetben a bomlások kihagyásával történik, hiszen az ρ , ω , ϕ mezonok a modell szerint közvetlenül kvark-koaleszcenciából jönnek létre.

Az SPS Pb+Pb ütközésekben az NA50 kollaboráció mért $\rho + \omega$ és ϕ spektrumokat [58], melyekre az (A.5) formulát illesztették, $\alpha = 1/2$ kitevővel. A MICOR a (6.12) paraméterekkel e rövid élettartamú részecskék inverz meredekségét erősen túlbecsüli. Úgy tűnik tehát, hogy a modellparamétereket a hosszabb életű, több másodlagos kölcsönhatásban résztvevő részecskék helyett inkább a gerjesztett multipllettbeli hadronok spektrumából érdemes meghatározni.

6.2. Gerjesztett multiplettek

A MICOR modell T_q és v_T paramétereit ezúttal a ϕ mezonra és az Ω barionra illesztjük, ugyanis ezek a — tisztán ritka kvarkokból álló — hadronok hatnak leggyengébben kölcsön a kvarkanyaggal. A ϕ élettartának rövideje pedig mégjobban lecsökkenti ütközéseinek várható számát.

Az illesztést először nemlokális koaleszcencia esetére végeztem el (lásd ref. [2]). Akkor a MICOR modell hőmérséklet-, illetve transzverzális áramlásparamétereire $T^{(nonlocal)} = 175 \pm 15$ MeV, $v_T^{(nonlocal)} = 0.46 \pm 0.05$ értékeket

kaptam. E dolgozatban azonban a lokális esetre vonatkozó eredményeket ismertetem, ugyanis ez az eset hozható összhangba a későbbi, másodlagos kölcsönhatásokra vonatkozó szimulációimmal. (Indoklást lásd a 5.3.4. szakaszban.)

Az illesztéshez 2 szabadsági fokú χ^2 -et számolunk a (T_q, v_T) síkon:

$$\chi^2(T_q, v_T) = \left(\frac{T_\phi(T_q, v_T) - T_\phi}{\sigma_\phi} \right)^2 + \left(\frac{T_\Omega(T_q, v_T) - T_\Omega}{\sigma_\Omega} \right)^2. \quad (6.14)$$

Itt $T_\phi = 227 \text{ MeV}$ és $T_\Omega = 238 \text{ MeV}$ a kísérleti meredekségek, melyeknek hibái $\sigma_\phi = 10 \text{ MeV}$ és $\sigma_\Omega = 17 \text{ MeV}$ [58, 59]. A MICOR T_q hőmérsékleten és v_T transzverzális sebesség feltevésével adott közép-rapiditásbeli m_T spektrumainak inverz meredekségeit $T_\phi(T_q, v_T)$ és $T_\Omega(T_q, v_T)$ jelöli. Az illesztések az (A.5) formulára történtek, $\alpha = 1/2$ kitevővel.

A MICOR szimulációk által adott ϕ, Ω meredekségek kísérlettel való egyezését a $0 \leq v_T \leq 0.5$, $110 \text{ MeV} \leq T_q \leq 280 \text{ MeV}$ tartomány 26×18 pontjában vizsgáltam. A 6.6. ábrán az eredményül kapott χ^2 felület néhány kontúrvonala látható. Ha a modell „helyes”, akkor paramétereit az eddigiek alapján 70% valószínűséggel esnek a belső, $\chi^2 = 2.4$ kontúr által határolt tartományba. E tartomány egy véges hőmérséklet-intervallumot jelöl ki:

$$160 \text{ MeV} \leq T_q < 265 \text{ MeV}. \quad (6.15)$$

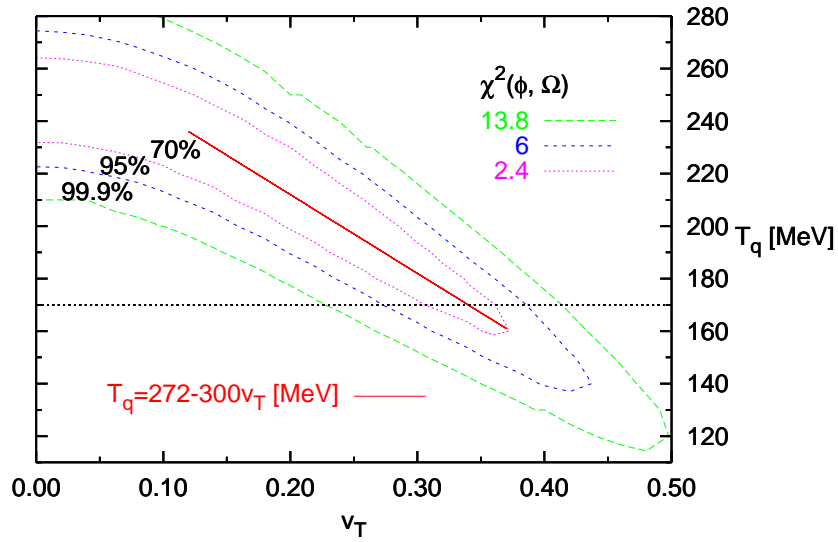
A minimális χ^2 -tel rendelkező pontok görbét alkotnak a (T_q, v_T) síkon. E görbe $v_T \geq 0.12$ esetén jól közelíthető egyenessel, melynek egyenlete az alábbi:

$$T_q + v_T \cdot 300 \text{ MeV} = 272 \text{ MeV}. \quad (6.16)$$

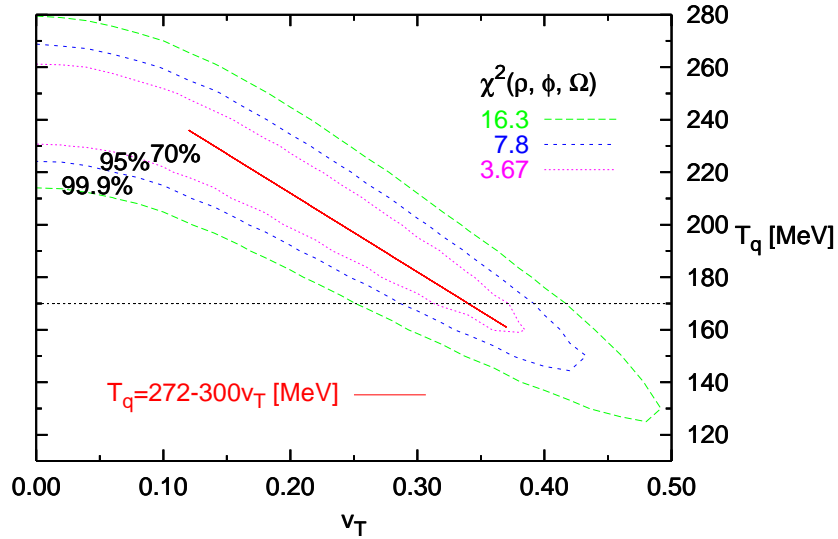
Ha $T_q = 170 \text{ MeV}$ hőmérsékletet választunk — összhangban a 3.2. szakasszal —, akkor a $\chi^2 \leq 2.4$ feltétel szerint a transzverzális sebesség a $0.30 < v_T < 0.36$ intervallumba esik, melynek felezőpontjában kapjuk a legjobb illesztést. Az eredmény tehát:

$$T_q = 170 \text{ MeV}, \quad v_T = 0.33 \pm 0.03, \quad \eta_{\max} = 1.9 \pm 0.1, \quad \alpha = 3 \pm 0.5, \quad (6.17)$$

ahol η_{\max} értékét a lokális és nemlokális koaleszcenciát összehasonlító, 5.3.4. szakaszbeli analízisben határoztuk meg, az α csatolás pedig ugyanannyi, mint nemlokális esetben. A MICOR modell ezekkel — a ϕ, Ω részecskékre történő illesztéssel nyert — paraméterekkel váratlanul jól leírja a ρ mezon transzverzális momentumspektrumát is (lásd a 6.7, 6.8. ábrákat és a 6.4. táblázatot).



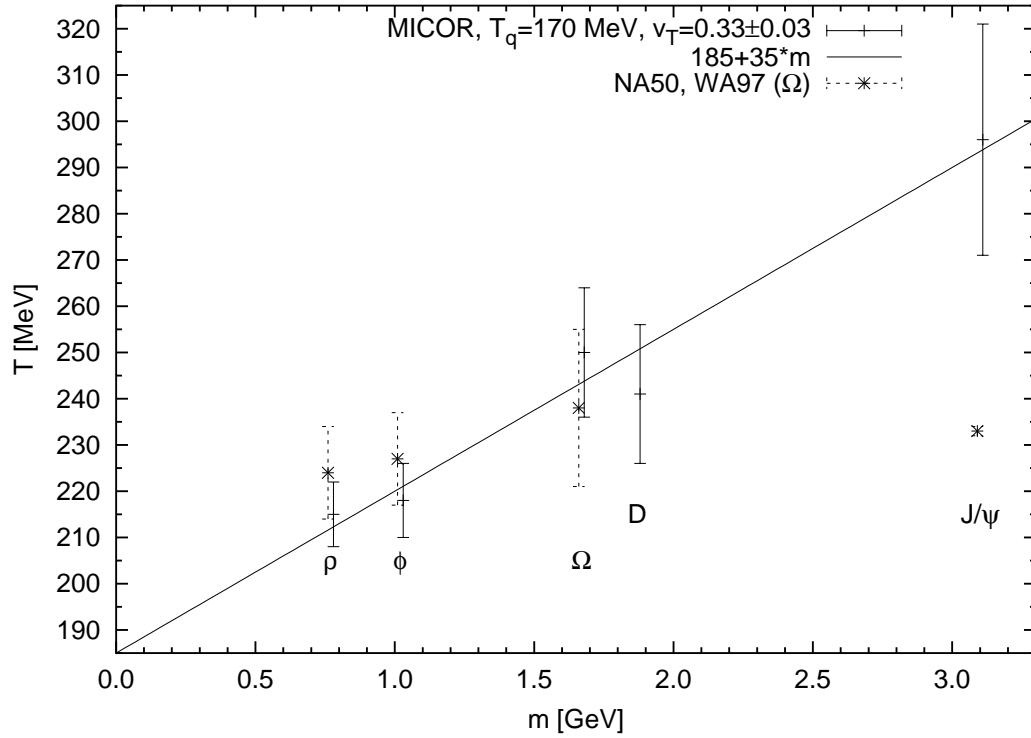
6.6. ábra. A MICOR T_q és v_T paramétereinek illesztése a kísérleti ϕ , Ω adatokra (lásd ref. [58, 59]). A külső kontúr ($\chi^2 = 13.8$) a 99.9%-os, a középső ($\chi^2 = 6$) a 95%-os, a belső ($\chi^2 = 2.4$) pedig a 70%-os konfidencia-tartomány határa.



6.7. ábra. A ρ , ϕ , Ω spektrumok együttes illeszkedése.

részecske	$m_{T \min}$ [GeV]	$T^{(\alpha=1/2)}$ [MeV]	
		kísérlet	MICOR (local) $v_T = 0.33 \pm 0.03$
$\rho + \omega$	1.5	224 ± 10 (NA50)	215 ± 7
ϕ	1.5	227 ± 10 (NA50)	218 ± 8
Ω	1.9	238 ± 17 (WA97)	250 ± 14

6.4. táblázat. Inverz meredekségek a kísérletből és a MICOR-ból, $T_q = 170$ MeV esetén.



6.8. ábra. Inverz meredekségek a részecsketömeg függvényében a kísérletből és a MICOR-ból (a hibahatárok itt a $T(v_T = 0.30)$ és a $T(v_T = 0.36)$ értékek), valamint a $v_T = 0.33$ esetén kapott eredményekre illesztett egyenes.

6.3. Bájós mezonok

A kvark-gluon plazma létrejöttére utaló egyik szignatúra a J/ψ elnyomás jelensége, amely a nagy sűrűségű színes plazmában a c és \bar{c} részecskéket összetartó erő Debye-árnnyékolásának következtében lépne fel [60]. A jelenség létezését kísérletileg igazolták [61], azonban közben alternatív magyarázatok is születtek rá. Az elnyomás oka lehet a magbéli nukleonokkal [62], vagy a keletkező hadronokkal való kölcsönhatás [63] is. Az elnyomás hadronikus magyarázatai azt jelenthetik, hogy a kísérletileg mért J/ψ részecskék egy része a nehézionütközés korai szakaszából származik, vagyis még azelőtt bomlanak el leptonpárra, mielőtt a hadronokkal való kölcsönhatás „szétverné” őket. Ha a mért J/ψ részecskék elég nagy hányada származik e korai állapotból, akkor eloszlásuk a másodlagos kölcsönhatások figyelembe vétele nélkül is reprodukálható lehet elméleti modellekkel.

A MICOR modellel a D és a J/ψ mezonok impulzusspektrumát vizsgáltam CERN SPS Pb+Pb 158 A GeV-es ütközés esetén [3]. Hőmérsékletnek és transzverzális áramlási sebességnek a $\rho - \phi - \Omega$ illesztés által preferált [2] és $T^{(nonlocal)} = 175$ MeV, $v_T^{(nonlocal)} = 0.46 \pm 0.05$ értékeket választottam, a bájós kvark tömegét pedig $m_c = 1.54$ GeV értékűnek vettem.

A D és J/ψ mezonok középső rapiditástartománybeli transzverzális impulzusspektrumára az (A.5) formulát $\alpha = 1/2$ kitevővel illesztettem, $m_T - m > 0.3$ GeV esetén. Az inverz meredekségre így a $T_D = 259 \pm 19$ MeV, $T_{J/\psi} = 315 \pm 35$ MeV értékeket kaptam.

Az NA50 kollaboráció szerint azonban a J/ψ inverz meredeksége $T_{J/\psi}^{(NA50)} = 233 \pm 1$ MeV [64], tehát a modell eme nehéz részecskék „hőmérsékletét” jelentősen túlbecsüli. A vizsgálatot lokális koaleszcencia esetében, a (6.17) paraméterekkel elvégezve, ugyanerre a következtetésre juthatunk (lásd a 6.8. ábrát).

A váratlanul alacsony kísérleti T érték egyik lehetséges magyarázata az, hogy a J/ψ elnyomáshoz hozzájáruló hadronikus kölcsönhatásokat viszonylag nagy számban élik túl e részecskék, melyek így elasztikus szórási folyamatokban is részt vehetnek, a pionokkal, nukleonokkal és egyéb hadronokkal való ütközéseik során pedig módosul impulzuseloszlásuk. Ez a lehetőség azonban valószínűtlennek tűnik, ugyanis az NA50 kísérlet által mért transzverzális impulzusspektrum közel termikus, a $dN/m_T dm_T$ logaritmikusság skálán nem különbözik szignifikáns mértékben az egyenestől. Ha a szórási hatáskeresztmetszetek vagy a sűrűség elég nagy lenne ahhoz, hogy az inverz meredekség-

ben tapasztalt 70-100 MeV-es különbséget létrehozza, akkor az impulzusspektrum más szempontokból is jelentősen torzulna. Ilyen jellegű torzulás például a később tárgyalt pionszél problémában a nukleon spektrumon jól látható alacsony p_T -s elnyomás (lásd a 7.3.1. alfejezet 7.2. ábráját). A másodlagos kölcsönhatások látható jelei azonban hiányoznak a J/ψ spektrumából, úgy tűnik tehát, hogy ezek a részecskék nagyrészt az nehézionütközés korai szakaszából származnak. A vártnál alacsonyabb inverz meredekség oka ekkor a kezdeti kvarkanyag áramlásában keresendő. Feltehető, hogy a nehéz, bájos kvarkok „lemaradnak” a könnyebb kvarkokat jellemző kollektív áramlástól: $v_T^{\text{charm}} < v_T$. A kisebb transzverzális áramlási sebesség pedig kisebb inverz meredekségekhez vezet.

7. fejezet

Végállapotú kölcsönhatások

Nagyenergiás nehézion-ütközésekben a keletkező részecskék száma elég nagy ahhoz, hogy leírásukra a kontinuum közelítés alkalmazható legyen, vagyis eloszlásfüggvényeket használhassunk. A tágulás következtében a végállapotú hadronanyag viszonylag híg, így feltehetjük, hogy a kölcsönhatások modellezésekor elég a $2 \rightarrow 2$ szórások figyelembevétele. A végállapotú kölcsönhatások leírhatók olyan Boltzmann egyenlettel, melynek ütközési tagjában a kétrészecske-eloszlásfüggvényt egyrészecske-eloszlásfüggvények szorzatával közelítjük.

A Boltzmann-egyenletet numerikus úton fogom megoldani, a részletesen bemutatásra kerülő kaszkád algoritmus segítségével.

7.1. Boltzmann egyenlet

Az ideális gáz időfejlődését a (2.4) transzportegyenlet írja le. Kölcsönhatások jelenléte esetén ez az egyenlet az ún. ütközési taggal módosul:

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) = C(x, p). \quad (7.1)$$

Tegyük fel, hogy egy kétkomponensű gázban az A és a B típusú részecskék rugalmasan ütközhetnek egymással. Az $A - A$ és $B - B$ ütközéseket egyelőre hanyagoljuk el. Egy ütközésben legyen a bejövő részecskék impulzusa p_A és p_B , a kimenőké pedig p'_A és p'_B . Ha csak a $\Delta^3 x \Delta^3 p_A \Delta^3 p_B \Delta^3 p'_A \Delta^3 p'_B$ térfogatelemet vizsgáljuk, akkor a $\Delta^3 p_A$ -ből Δx^0 idő alatt kiszóródó A típusú részecskék száma arányos az itt tartózkodó részecskék $\Delta^3 p_A f_A(x, p_A)$ és $\Delta^3 p_B f_B(x, p_B)$ számaival, a végállapotú $\Delta^3 p'_A \Delta^3 p'_B$ fázistérfogattal, és a

$\Delta^4 x$ négyestérfogatelemmel. Az arányossági tényező

$$\frac{W(p_A, p_A | p'_A, p'_B)}{p_A^0 p_A^0 p'_A^0 p'_B^0}, \quad (7.2)$$

melyben $W(p_A, p_A | p'_A, p'_B)$ Lorentz-skalár. A $\Delta^4 x \Delta^3 p_A$ -ból kiszóródó részecskék száma tehát

$$\Delta N_{\text{out}} = \Delta^4 x \frac{\Delta^3 p_A}{p_A^0} \int \frac{d^3 p_B}{p_B^0} \frac{d^3 p'_A}{p'_A^0} \frac{d^3 p'_B}{p'_B^0} f_A(x, p_A) f_B(x, p_B) W(p_A, p_B | p'_A, p'_B). \quad (7.3)$$

Az ellentétes irányú folyamat járuléka, vagyis a „beszóródó” részecskék száma

$$\Delta N_{\text{in}} = \Delta^4 x \frac{\Delta^3 p_A}{p_A^0} \int \frac{d^3 p_B}{p_B^0} \frac{d^3 p'_A}{p'_A^0} \frac{d^3 p'_B}{p'_B^0} f_A(x, p'_A) f_B(x, p'_B) W(p'_A, p'_B | p_A, p_B). \quad (7.4)$$

A $\Delta^3 p_A$ impulzustérfogat-elemben levő részecskék számának változása

$$\Delta N_{\text{in}} - \Delta N_{\text{out}} = \Delta^4 x \frac{\Delta^3 p_A}{p_A^0} C_{AB}(x, p_A), \quad (7.5)$$

ahol C_{AB} az ütközési integrál:

$$C_{AB}(x, p_A) = \int \frac{d^3 p_B}{p_B^0} \frac{d^3 p'_A}{p'_A^0} \frac{d^3 p'_B}{p'_B^0} (f'_A f'_B W_{A'B'|AB} - f_A f_B W_{AB|A'B'}). \quad (7.6)$$

A rendszert leíró transzportegyenlet-rendszer:

$$p^\mu \partial_\mu f_A(x, p) = C_{AB}(x, p), \quad p^\mu \partial_\mu f_B(x, p) = C_{BA}(x, p). \quad (7.7)$$

Azonos részecskék szórása esetén a (7.6) ütközési integrálban az $A \leftrightarrow B$ felcserélési szimmetria miatt ugyanazok a fázistérfogat-járulékok kétszer szerepelnek. Ez a dupla számolás $1/2$ faktorial szorozva korrigálható:

$$C_{AB}(x, p_A) = \left(1 - \frac{1}{2} \delta_B^A\right) \int \frac{d^3 p_B}{p_B^0} \frac{d^3 p'_A}{p'_A^0} \frac{d^3 p'_B}{p'_B^0} (f'_A f'_B W_{A'B'|AB} - f_A f_B W_{AB|A'B'}) \quad (7.8)$$

Általánosabb esetben, n komponensű anyag és rugalmatlan $i + j \rightarrow k + l$ szórási folyamatok figyelembevételével az ütközési integrál és a Boltzmann

egyenlet a következőképpen módosul:

$$C_{ij}(x, p_i) = \frac{1}{2} \sum_{kl} \int \frac{d^3 p_j}{p_j^0} \frac{d^3 p_k}{p_k^0} \frac{d^3 p_l}{p_l^0} (f_k f_l W_{kl|ij} - f_i f_j W_{ij|kl}), \quad (7.9)$$

$$p^\mu \partial_\mu f_i(x, p) = \sum_j C_{ij}(x, p). \quad (7.10)$$

Belátható, hogy a W mennyiség a hatáskeresztmetszettel arányos [13]:

$$W(p_i, p_j | p_k, p_l) = \lambda_{ij}^{1/2} \sigma_{ij|kl}(s, \theta) \delta^{(4)}(p_i + p_j - p_k - p_l), \quad (7.11)$$

ahol $s = (p_i + p_j)^2$, $\lambda_{ij} = \lambda(s, m_i^2, m_j^2)$ pedig a (B.3) képlet által definiált kinematikai függvény. Az ütközési integrál ekkor

$$C_{ij}(x, p_i) = \frac{1}{2} \sum_{kl} \int \frac{d^3 p_j}{p_j^0} \frac{d^3 p_k}{p_k^0} \frac{d^3 p_l}{p_l^0} \delta(p_i + p_j - p_k - p_l) (f_k f_l \lambda_{kl}^{1/2} \sigma_{kl|ij} - f_i f_j \lambda_{ij}^{1/2} \sigma_{ij|kl}). \quad (7.12)$$

7.2. Nemlokalitás a kaszkád algoritmusban

A Boltzmann egyenletek Lorentz-invariánsak, de a numerikus módszer, melyet a megoldásukhoz használunk, nem az. A kaszkád algoritmus feltételezi, hogy két részecske akkor ütközik, ha világvonaluk $d = \sqrt{\sigma/\pi}$ távolságon belül halad el egymás mellett. A kölcsönhatás tehát nem lokális, hanem távolbhatás. A nemlokalitásnak olyan nemfizikai következményei vannak, mint a szuperluminális hatásterjedés, és a vonatkoztatási rendszer-függő időfejlődés.

E probléma egy lehetséges megoldása a Boltzmann egyenletnek egy szimmetriatulajdonságán alapul. A (7.13) integrálban szereplő eloszlásfüggvényt és hatáskeresztmetszetet skálázzuk át a következőképpen:

$$f_i \longrightarrow \lambda f_i, \quad (7.13)$$

$$\sigma_{ij} \longrightarrow \frac{\sigma_{ij}}{\lambda}. \quad (7.14)$$

A (7.10) Boltzmann egyenlet e transzformációra nézve invariáns. Ha tehát egy n -komponensű, N_1, \dots, N_n részecskéből álló, Boltzmann egyenlettel leírható rendszer minden részecskéjét λ darab *teszt részecskére* cseréljük ki, vagyis összesen $\lambda N_1, \dots, \lambda N_n$ darab részecskével számolunk, továbbá a hatáskeresztmetszeteket elosztjuk λ -val, akkor ekvivalens fizikai rendszert kapunk.

Vizsgáljuk meg a $\lambda \rightarrow \infty$ határesetet. Ekkor a számsűrűségek végtelenhez tartanak, a hatáskeresztmetszetek zérushoz, az átlagos szabad úthossz viszont változatlan, ugyanis a transzformációra nézve invariáns:

$$n(\lambda) = \lambda n(1) \rightarrow \infty, \quad \sigma(\lambda) = \frac{\sigma(1)}{\lambda} \rightarrow 0, \quad d_{\text{free}}(\lambda) = \frac{1}{n(\lambda)\sigma(\lambda)} = d_{\text{free}}(1). \quad (7.15)$$

A kaszkád algoritmusban szereplő „távolbahatás” d távolsága így az átlagos szabad úthosszhoz képest zérushoz tart,

$$\frac{d(\lambda)}{d_{\text{free}}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \frac{d(1)}{d_{\text{free}}} \rightarrow 0, \quad (7.16)$$

a kölcsönhatás lokálissá válik. A $\lambda \rightarrow \infty$ határesetben megszűnik a Lorentz invariancia-sértés.

A numerikus számításokat nehezíti, hogy a (7.16) képletben $\sqrt{\lambda}$ szerepel, emiatt ugyanis kétszer olyan pontos („kétszer olyan lokális”) eredményekhez négyeszeresére kell növelni a részecskeszámokat.

A nemlokalitásból eredő hibák és a részecskefelosztásos korrekció tesztelésének egyszerű, de fizikailag is érdekes módja a pionszél probléma vizsgálata.

7.3. Egyszerű modellek, elasztikus folyamatokkal

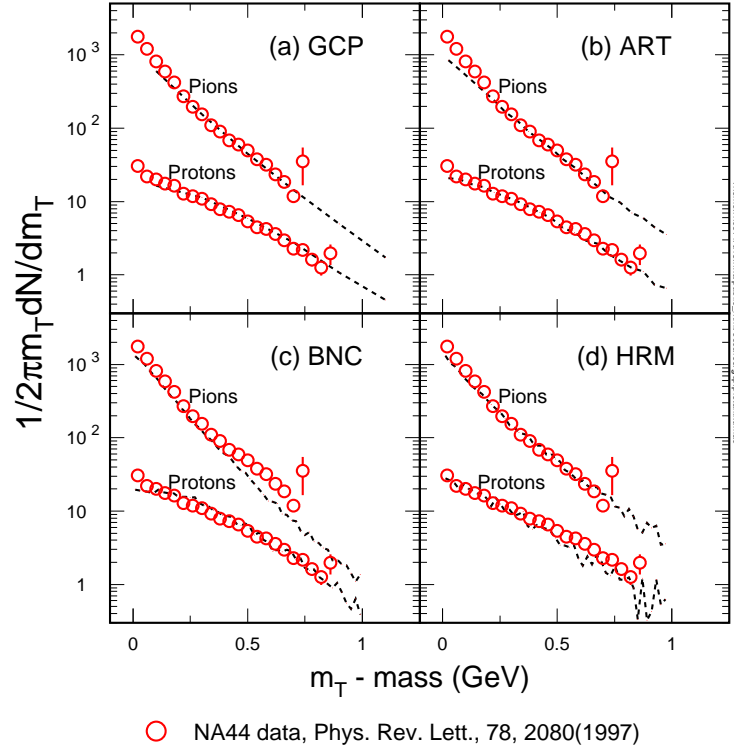
7.3.1. Pionszél

A pionszél problémával [8] az alábbi kérdésekre keressünk választ:

- Hogyan alakul ki a transzverzális áramlás?
- Mi az oka az inverz meredekségek megfigyelt tömegfüggésének?
- A pionok eltorzíthatják-e nehezebb részecskék spektrumát?
- Ezek a kérdések mennyire modelfüggők?

Vizsgáljuk a piongáznak a nukleonspektrumra gyakorolt hatását, azzal a feltevessel, hogy a részecskék rugalmasan szóródnak egymáson, konstans hatáskeresztmetszettel:

$$\sigma = \sigma_{N\pi}(s) = \sigma_{\pi\pi}(s) = \sigma_{NN}(s) = 40 \text{ mb}. \quad (7.17)$$



7.1. ábra. Pionszél probléma korai kaszkád szimulációi és a kísérlet [65]. A kaszkádok: GCP (Y. Pang és S. Vance), ART [17] (B. A. Li és B. Zhang), BNC (S. Pratt), HRM (T. Humanic). A szimulációkban a paramétereket és az eloszlásokat a (7.17-7.23) képletek adják.

A kezdeti állapot rapiditáseloszlása legyen egyenletes a $[-\eta_{\max}, \eta_{\max}]$ intervallumban, a momentumeloszlás pedig legyen longitudinális Bjorken:

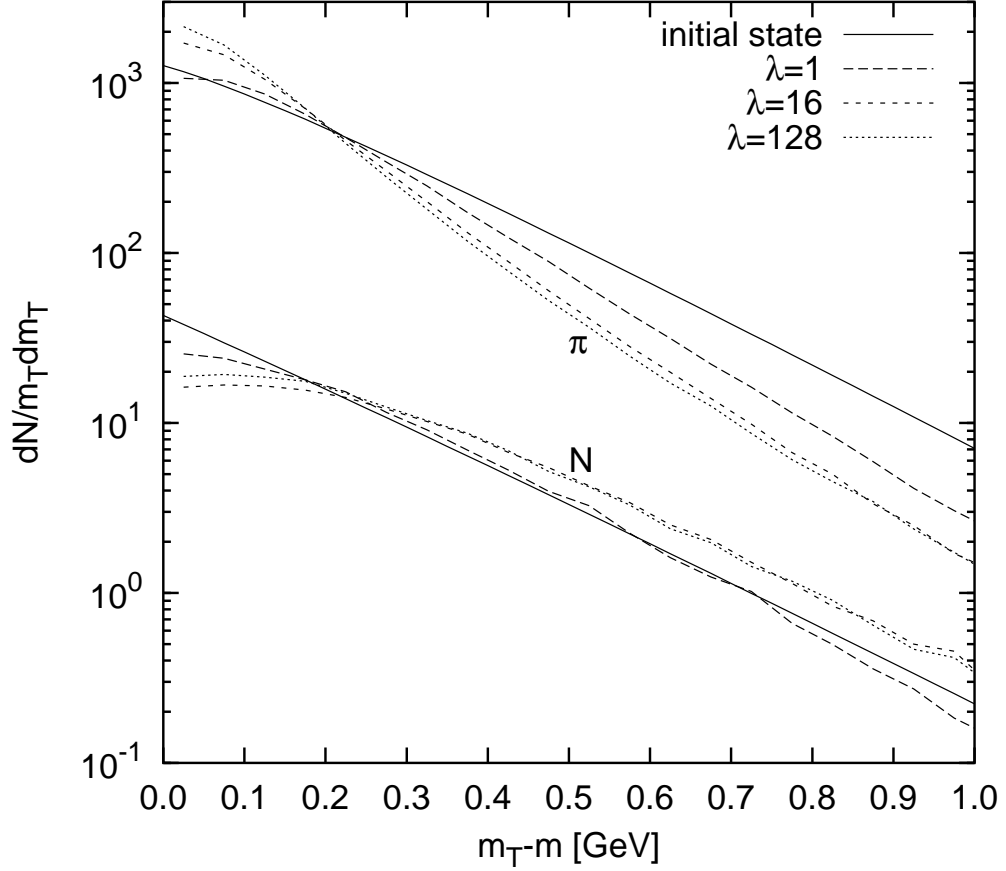
$$f_N(x, p) = C_N e^{-p_\mu u^\mu / T_N} \Theta(\eta_{\max} - |\eta|), \quad (7.18)$$

$$f_\pi(x, p) = C_\pi e^{-p_\mu u^\mu / T_\pi} \Theta(\eta_{\max} - |\eta|), \quad (7.19)$$

$$u^\mu = \left(\frac{t}{\sqrt{t^2 - z^2}}, 0, 0, \frac{z}{\sqrt{t^2 - z^2}} \right). \quad (7.20)$$

A nukleon- és a piongáz hőmérsékletei legyenek

$$T_N = 180 \text{ MeV}, \quad T_\pi = 165 \text{ MeV}, \quad (7.21)$$



7.2. ábra. Részecskespektrumok a pionszél problémában, különböző részecskefelesztésekkel. A Lorentz invariancia a $\lambda \rightarrow \infty$ határesetben áll helyre.

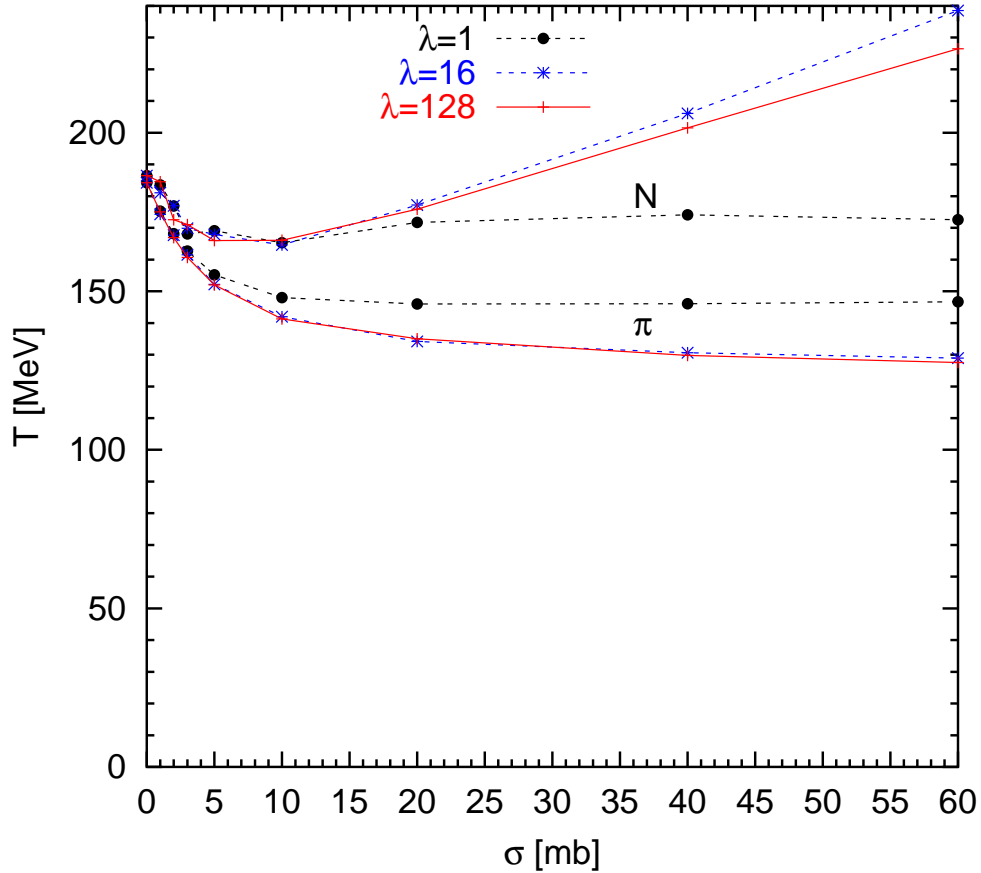
a rapiditásegységekre eső részecskeszámok

$$\frac{dN_N}{d\eta} = 60, \quad \frac{dN_\pi}{d\eta} = 600, \quad (7.22)$$

a maximális rapiditás pedig

$$\eta_{\max} = 2.. \quad (7.23)$$

A pionszél probléma jó módszer kaszkád kódok összehasonlítására, melyet az OSCAR'99 workshopon meg is tettek. A 7.1. ábrán látható, hogy négy különböző kaszkád által adott spektrum csodálatosan egyezik is. Valamit



7.3. ábra. Inverz meredekség függése a hatáskeresztmetszettől és a részecskefelosztástól.

azonban egyiknél sem vettek figyelembe, mégpedig a nemlokalitásból származó Lorentz invariancia sértést.

A pionszél szimulációkat tehát újra el kellett végezni. Ezt meg is tettem, először a GCP programmal, majd az abból általam, S. Vance és Y. Nara által kifejlesztett PSYCHE kaszkáddal. A szimulációk során a Lorentz invariancia helyreállítására az előző szakaszban leírt részecskefelosztásos módszert alkalmaztam. A 7.2. ábrán látható a közép rapiditásbeli $dN/m_T dm_T dy$ spektrum konvergenciája, a 7.3. ábrán pedig az inverz meredekségek különböző σ hatáskeresztmetszetekre. Részecskefelosztással lényegesen különböző eredményt kapunk, mint a naiv $\lambda = 1$ esetben. A különbség annál nagyobb, minél erősebb a kölcsönhatás. $\sigma = 40$ mb esetén az inverz meredekségek a

$\lambda = 1$ esethez képest kb. 20%-ot csökkennek, ha $\lambda = 16$ részecskefelosztást használunk. Ennél nagyobb λ értékekre azonban már nincs lényeges változás.

7.3.2. Alkalmazás a MICOR végállapotára

A végállapoti hadronok közül a pionok vannak messze a legtöbben, így feltehető, hogy egy tetszőleges X hadron spektrumát elsősorban a $\pi X \rightarrow \pi X$ szórások torzítják. A pionok a MICOR szerint elsősorban $\rho \rightarrow \pi\pi$ bomlásokból jönnek (lásd 5.2. táblázat), így az első kérdés az, hogy a $\rho X \rightarrow \rho X$ szórásoknak lehet-e lényeges hatása. Közelítsük a hadronok kezdeti eloszlásfüggvényét a következő képlettel:

$$f(x, p) = \Theta(\eta_{\max} - |\eta|)\Theta(R_2 - r)f(p), \quad (7.24)$$

ahol η_{\max} a maximális koordinatarapiditás, R_2 pedig a táguló anyag radiális mérete, a hadronizáció végét és a másodlagos kölcsönhatások kezdetét jelentő τ_2 pillanatban (lásd a 2.1. ábrát).

A rezonanciakeltéssel járó rugalmas szórási folyamatok hatás keresztmetszete a Breit-Wigner formulával írható le

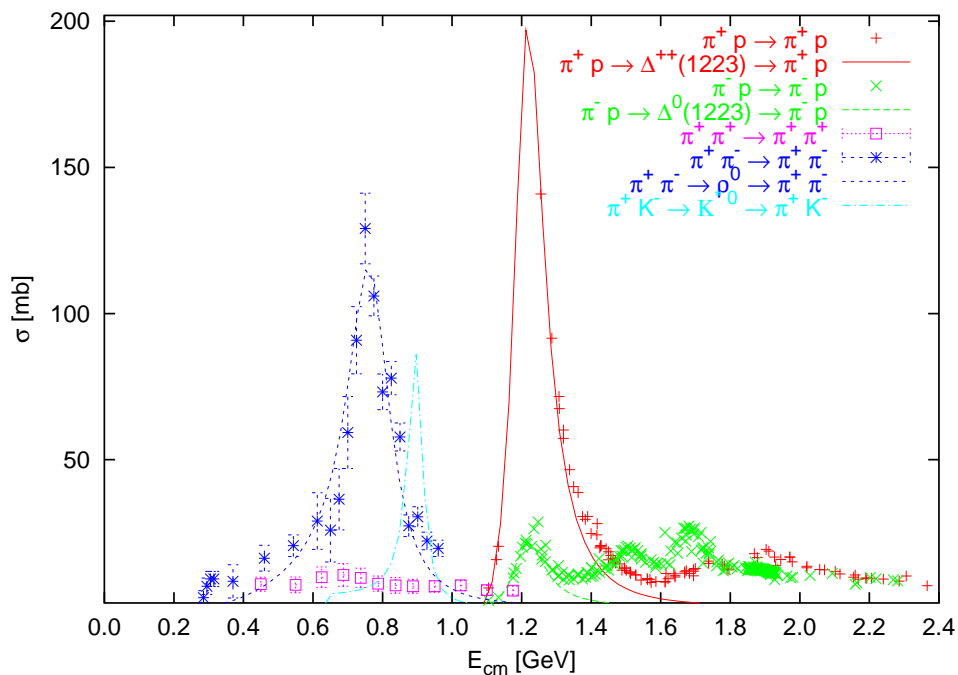
$$\sigma(s) = C^4 g_s \frac{4\pi}{k^2} \frac{s\Gamma^2}{(s - m_r^2)^2 + s\Gamma^2}, \quad (7.25)$$

ahol s a tömegközépponti energia négyzete, m_r a rezonanciatömeg, $\Gamma(\sqrt{s})$ a szélesség, C az I isospinű rezonancia keltéséhez tartozó Clebsch-Gordan együttható, g_s a spinfaktor, k pedig a (B.2) tömegközépponti impulzus.

$$C = \langle I_1 I_2 M_1 M_2 | I M \rangle, \quad (7.26)$$

$$g_s(J, S_1, S_2) = \frac{2J + 1}{(2S_1 + 1)(2S_2 + 1)}. \quad (7.27)$$

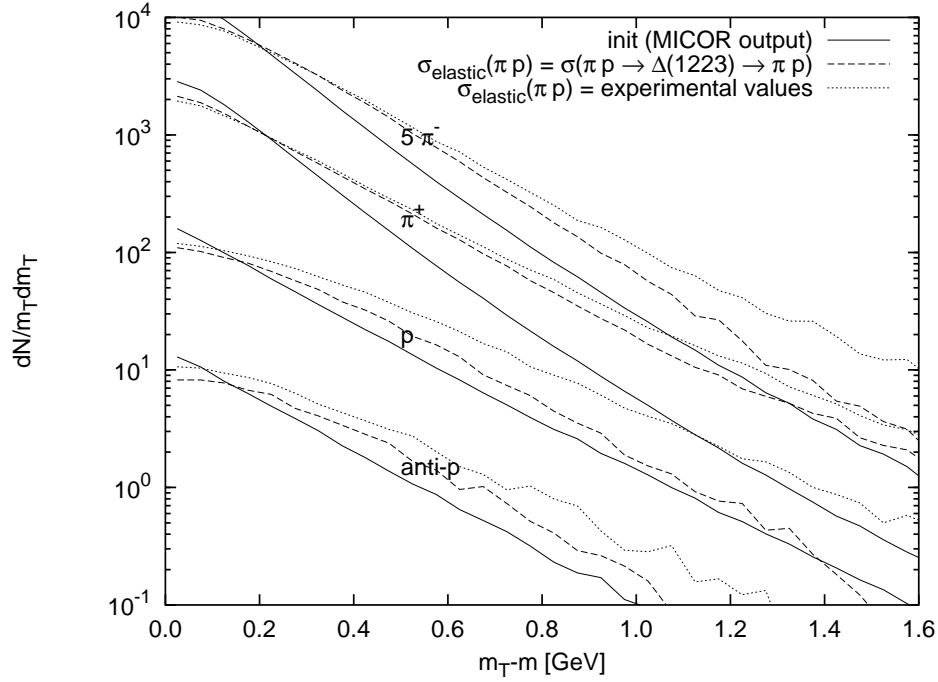
A paraméterek értékei a különböző folyamatoknál:



7.4. ábra. Pion-proton, pion-pion és pion-kaon elasztikus szórások hatáske-
resztmetszetei a legalacsonyabb rendű Breit-Wigner közelítésből és a kísér-
letből.

	g_s	C^2	$\Gamma(m_r)$	$\Gamma(\sqrt{s})/\Gamma(m_r)$
$\pi^0\pi \rightarrow \pi^0\pi$	3	1	150 MeV	$\gamma^{(1)}(s, m_\rho, m_\pi, m_\pi)$
$\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$	3	1	150 MeV	$\gamma^{(1)}(s, m_\rho, m_\pi, m_\pi)$
$\pi^+p \rightarrow \pi^+p$	2	1	120 MeV	$\gamma^{(1)}(s, m_\Delta, m_\pi, m_p)$
$\pi^0N \rightarrow \pi^0N$	2	2/3	120 MeV	$\gamma^{(1)}(s, m_\Delta, m_\pi, m_p)$
$\pi^-p \rightarrow \pi^-p$	2	1/3	120 MeV	$\gamma^{(1)}(s, m_\Delta, m_\pi, m_p)$
$\pi^-n \rightarrow \pi^-n$	2	1	120 MeV	$\gamma^{(1)}(s, m_\Delta, m_\pi, m_p)$
$\pi^+n \rightarrow \pi^+n$	2	1/3	120 MeV	$\gamma^{(1)}(s, m_\Delta, m_\pi, m_p)$
$\pi^0K \rightarrow \pi^0K$	3	1/3	50 MeV	$\gamma^{(0)}(s, m_{K^*}, m_\pi, m_K)$
$\pi^+K^- \rightarrow \pi^+K^-$	3	2/3	50 MeV	$\gamma^{(0)}(s, m_{K^*}, m_\pi, m_K)$
$\pi^+K^0 \rightarrow \pi^+K^0$	3	2/3	50 MeV	$\gamma^{(0)}(s, m_{K^*}, m_\pi, m_K)$

ahol a szélesség energiafüggését az alábbi kifejezéssel közelítem (lásd ref.



7.5. ábra. Kezdeti és végső momentum spektrumok a legalacsonyabb rendű Breit-Wigner közelítéssel, illetve kísérletekben lemért hatáskeresztmetszet adatokkal.

[66]):

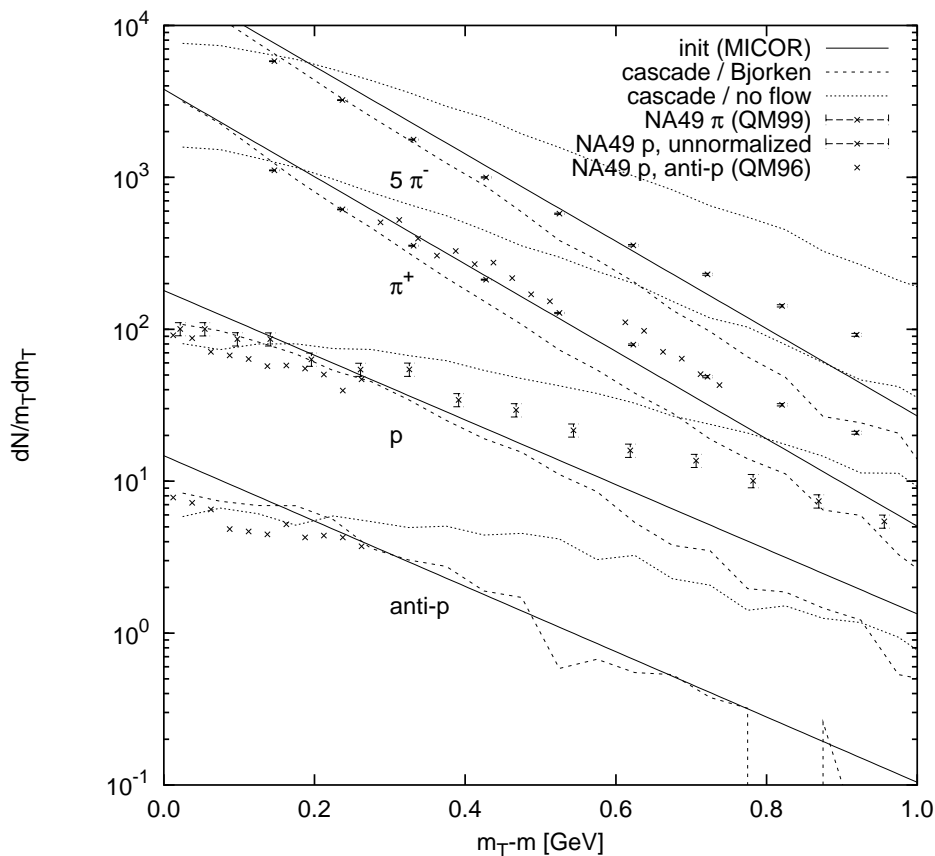
$$\gamma^{(l)}(s, m_r, m_1, m_2) = \frac{m_r}{\sqrt{s}} \left(\frac{k(s)}{k(m_r^2)} \right)^{2l+1} \left(\frac{k^2(m_r^2) + \beta^2}{k^2(s) + \beta^2} \right)^{l+1}, \quad (7.28)$$

$$\beta = 0.3 \text{ GeV}. \quad (7.29)$$

A nem-rezonáns hatáskeresztmetszetek:

$$\frac{\pi^+ \pi^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+}{\pi^+ K^+ \rightarrow \pi^+ K^+} \left| \begin{array}{l} 8 \text{ mb} \\ 2 \text{ mb} \end{array} \right.$$

A 7.4. ábrán látható, hogy ezek a hatáskeresztmetszetek alacsony p_T esetén jól egyeznek a kísérlettel, magasabb p_T -re viszont eltérések mutatkoznak annak következtében, hogy csak a legalacsonyabb tömegű rezonanciákat vettük figyelembe. A $\pi^+ p$ elasztikus hatáskeresztmetszetnek a kizárólag $\Delta(1232)$ -t figyelembe vevő közelítése például csak kb. 1.4 GeV-ig működik



7.6. ábra. Másodlagos kölcsönhatások után kapott spektrumok függése a kezdeti áramlás jelenlététől.

jól. Sőt valójában még ennél alacsonyabb energiákon is torzulnak a momentumspektrumok.

Szimulációkat $R_2 = 8\text{fm}$, $\tau_2 = 1.7\text{fm}$ kezdőfeltétellel végeztem [4]. A 7.5. ábra a kezdeti és a végső momentumspektrumokat ábrázolja, két esetben. Az egyik esetben a pion-proton hatáskeresztmetszet a legalacsonyabb rendű Breit-Wigner közelítéssel van számolva, a másik esetben pedig a kaszkád a kísérleti hatáskeresztmetszet értékeket használja. A közelítés, vagyis a hatáskeresztmetszet nagy energiájú részének elhanyagolása láthatóan csökkenti a pion és a proton inverz meredekségeit.

A másodlagos kölcsönhatások után kapott spektrumot nagy mértékben befolyásolja az áramlás jelenléte is. A 7.6. ábrán látható két esetben a

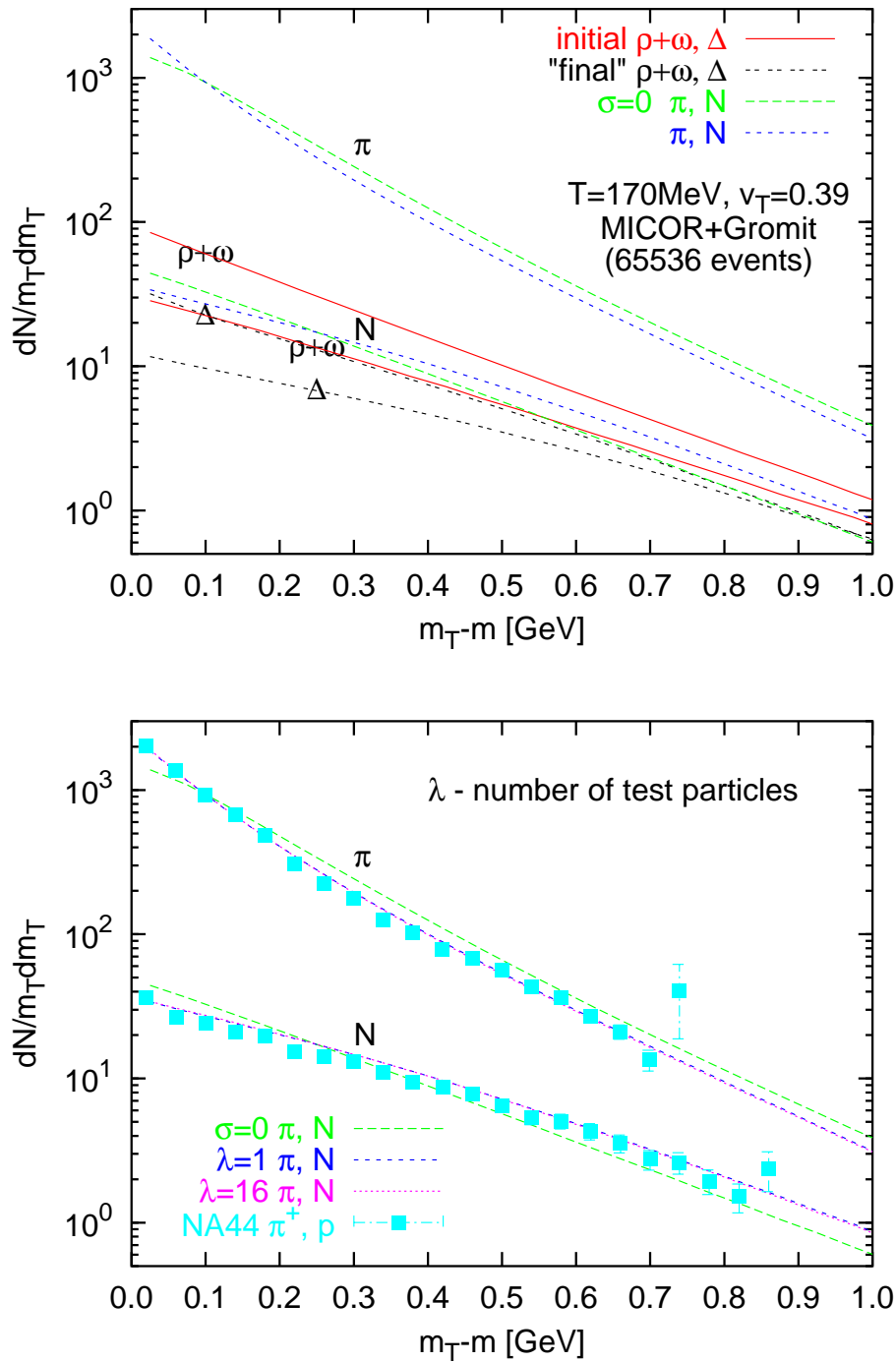
kezdeti momentumeloszlás ugyanaz, a különbség a téridőbeli eloszlásban van. Az egyik esetben (sűrűn pontozott vonal) nincs kezdeti áramlás, a másikban (ritkább pontok) viszont Bjorken áramlást és olyan hőmérsékletű Jüttner eloszlást használunk, melynek transzverzális momentumspektruma a középső rapiditástartományban jól illeszkedik a MICOR-ból kapott eredményekre. Az ütközések száma alig kevesebb a Bjorken flow esetében (16%-kal), az inverz meredekségekben viszont hatalmas az eltérés: $T_{\text{Bjorken}}^{(\text{proton})} = 170 \pm 10 \text{ MeV}$, $T_{\text{noflow}}^{(\text{proton})} = 360 \pm 10 \text{ MeV}$.

Ezen eredményekből látható, hogy realiztikus másodlagos kölcsönhatás szimulációhoz nem elég a kezdeti totális momentum spektrumok ismerete, a MICOR modellnek a lokális spektrum helyfüggését is meg kell adnia. Hasonló mértékű bizonytalanságot okozhat az eredményekben a figyelembe vett kölcsönhatástípusok száma és a hatáskeresztmetszeteikre vonatkozó közelítések pontatlansága.

7.4. „Teljes” másodlagos kölcsönhatás szimulációk

A MICOR modell 5.3.3 fejezetben leírt továbbfejlesztését használva extra feltevések bevezetése nélkül is meghatározhatjuk a Δ , ρ , K^* , ϕ , Δ , Σ^* , Ξ^* , Ω spektrumok helyfüggését. A kaszkád (GROMIT/tz) kezdőállapota tehát ezeket a rezonanciákat tartalmazza. Az itt leírt szimulációkhoz a szereplő részecskék összes rezonáns, illetve additív kvarkmodellből (AQM) kapott hatáskeresztmetszetét felhasználtam, továbbá néhány nukleon-nukleon és kaon-nukleon hatáskeresztmetszetet is (lásd a B függelékét). Lényeges különbség az előző szakaszban leírt szimulációkhoz képest, hogy a rezonáns kölcsönhatások két részből, keltésből és bomlásból állnak. Például a $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ szórás helyett $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho^0$ és $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ folyamatok szerepelnek.

A kezdőállapotbeli mezonokból és bomlástermékeik kölcsönhatása során magasabb tömegű mezon rezonanciák is keletkezhetnek. Ezek — tömeg szerinti sorrendben — a következők: f_0 , a_0 , h_1 , b_1 , a_1 , f_2 , $K_1(1270)$, $\eta(1295)$, $\pi(1300)$, $a_2(1320)$, $K_1(1400)$, $K^*(1410)$, $K_0^*(1430)$, $K_2^*(1430)$. A modellben csak másodlagos kölcsönhatások során létrejövő barion rezonanciák pedig: $\Lambda(1405)$, $N(1440)$, $N(1520)$, $\Lambda(1520)$, $N(1535)$, $\Delta(1600)$, $\Lambda(1600)$, $\Delta(1620)$, $N(1650)$, $\Sigma(1660)$, $\Lambda(1670)$, $\Sigma(1670)$, $N(1675)$, $N(1680)$, $\Lambda(1690)$, $N(1700)$, $\Delta(1700)$, $N(1710)$, $N(1720)$, $\Sigma(1750)$. Annak érdekében, hogy a viszony-



7.7. ábra. Felül a pionok, nukleonok és a ρ , Δ rezonanciák spektruma láthatók kezdőállapotban, másodlagos kölcsönhatások nélküli esetben ($\sigma = 0$) illetve kölcsönhatások után. A rezonanciák „végállapot” spektruma az utolsó olyan bomlás előtti állapothoz tartozik, amelyet követően a bomlástermékek már nem hatnak kölcsön. Alul a kísérlettel való összehasonlítás látható, részecskefelosztás nélkül illetve $\lambda = 16$ tesztreszcseke esetén.

	$m_{T \min}$ [GeV]	kísérlet		$T_{\text{eff}}^{(\alpha=1/2)}$ [MeV]				
				MICOR		MICOR+FSI		
				$\lambda =$		1	1	16
			$v_T =$	0.37	0.39	0.37	0.39	0.39
π^+	0.44	151±3	(NA44)	150	153	151	154	154
p	1.24	245±11	(NA44)	204	210	216	222	221
$\rho+\omega$	1.5	224±10	(NA50)	219	224	214	221	220
ϕ	1.5	227±10	(NA50)	227±1	233±1	217±1	225±1	223±1
Ω	1.9	238±17	(WA97)	269±1	280±2	256±2	266±2	263±1

7.1. táblázat. Inverz meredekségek a kísérletből, a MICOR-ból és a MICOR kezdeti feltétellel indított kaszkád szimulációkból, $T_q = 170$ MeV esetén. A kísérleti ρ , ϕ , Ω slope-okra a kaszkáddal kombinált MICOR $v_T = 0.37$ esetén illeszthető legjobban, a ρ , ϕ , Ω , π , p slope-okra pedig $v_T = 0.39$ esetén. A λ részecskefelosztás növelése nem változtatja lényegesen a meredekségeket.

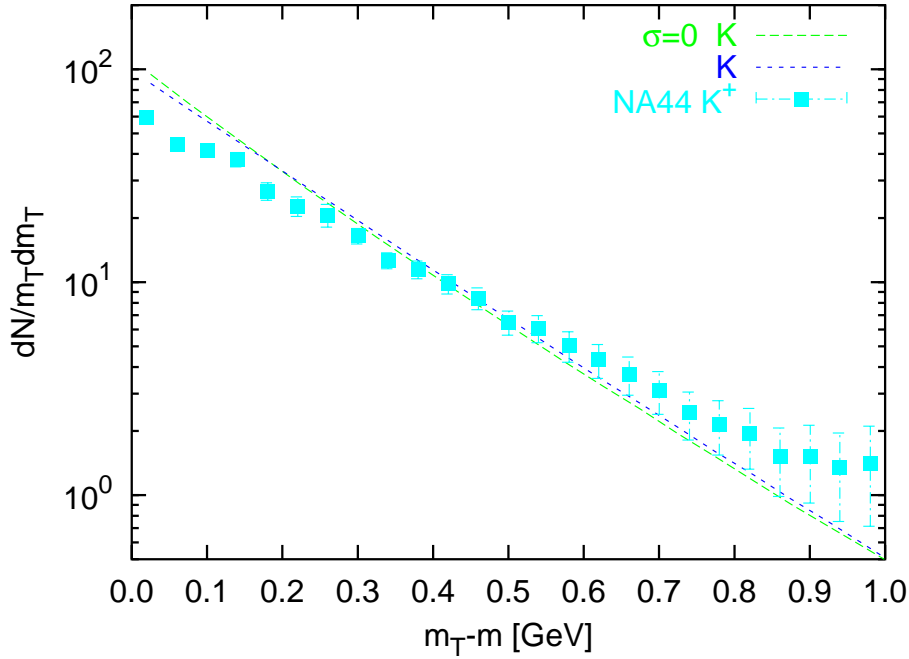
lag kis mértékben kölcsönható kaonok spektruma a lehető leghrealisztikusabb módon változzon, az elasztikus és a vizsgált energiatartományban lényeges inelasztikus kaon-nukleon folyamatok ($KN \leftrightarrow \Lambda\pi$, $\Sigma\pi$, $K\Delta$, K^*N , $K^*\Delta$) kísérleti hatáskeresztmetszeteit is felhasználtam.¹ Az inelasztikus folyamatok inverzeit a részletes egyensúly elve alapján kapjuk.

7.4.1. Impulzusspektrumok

A szimulációkat a MICOR modell által $T_q = 170$ MeV kezdeti hőmérsékletű kvarkanyagból létrehozott, $R = 7$ fm sugarúnak feltételezett rezonanciagázból kiindulva, $\tau = 1$ fm kezdeti idővel végeztem el.² A MICOR modell paramétereit kezdetben a (6.17) illesztésből vettem, amíg ki nem derült, hogy a ϕ és Ω részecskék transzverzális impulzusspektrumának inverz meredekségeit 6-8 MeV-vel változtatják a másodlagos kölcsönhatások. A ρ , ϕ , Ω részecskékre újra elvégezve a modell illesztését, a transzverzális áramlás $v_T = 0.37$ értékére kapjuk a legkisebb χ^2 -et. Ez az érték nem változik, ha a piont is bevesszük az illesztésbe. Ha azonban a protont is figyelembe vesszük, akkor $v_T = 0.39$ a „legjobb” érték. Az inverz meredekségek a 7.1. táblázatban

¹E hatáskeresztmetszetek paraméterezését a JAM-ból, Yasushi Nara kaszkád modelljéből vettem [20].

² R és τ Bjorken-féle koordináták.



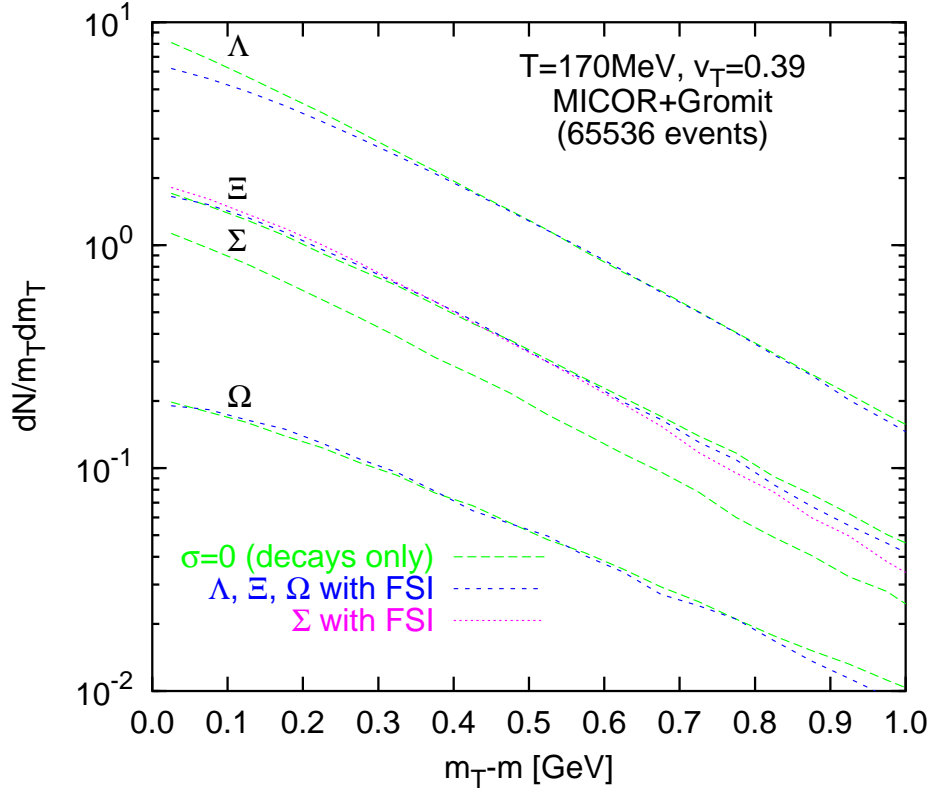
7.8. ábra. A kaonspektrumot a kisebb hatáskeresztmetszetek miatt kisebb mértékben változtatják a másodlagos kölcsönhatások. A kölcsönhatás nélküli esethez képest az eltérés $p_T = 0$ -ban a legnagyobb: 15%.

láthatók. Bár a protonra kapott T_{eff} a kísérleti értéktől a szórás kétszerezésével különbözik, ez az eltérés véletlen statisztikai ingadozásnak tekinthető, mivel az 5 részecske inverz meredekségeire számolt $\chi^2 = 7.4$ érték még közel sem szignifikáns. Így a kaszkáddal kombinált MICOR kísérletre való illesztésének eredménye az alábbi:

$$T_q = 170 \text{ MeV}, \quad v_T = 0.39 \pm 0.02, \quad \eta_{\text{max}} = 1.9 \pm 0.1, \quad \alpha = 3. \quad (7.30)$$

Érdemes megjegyezni, hogy a ρ , a ϕ és egyéb gyorsan bomló rezonanciák spektruma közvetlenül a bomlás előtt lett kiértékelve, de csak azokban az esetekben, amikor a bomlástermékeknek nem voltak további kölcsönhatásaik. Ennek a módszernek az a jelentősége, hogy így a kiértékelés a „kifagyott” végállapothoz lehető legközelebb történt, a rezonanciák másodlagos ütközései tehát a lehető legnagyobb mértékben hatnak a spektrumra.

A 7.7. ábrán látható, hogy a modell jól illeszti a pion- és a nukleonspek-



7.9. ábra. A ritka barionok momentumspektrumának alakján nem változtatnak lényegesen a másodlagos kölcsönhatások. A Σ barionok teljes száma azonban kb. 70%-kal nagyobb, mint ütközésmentes esetben.

trumot. A Lorentz-invarianciasértést korrigáló λ részecskefelosztás növelése nem változtatja érzékelhető mértékben a spektrumokat; a proton, ρ , ϕ , és Ω inverz meredekségei csökkennek ugyan, de csak 1-3 MeV-vel (lásd a 7.1. táblázat utolsó oszlopát). A kaonok esetében az ütközésmentes és a másodlagos szórások által torzított spektrum csak minimális mértékben tér el egymástól (lásd a 7.8. ábrát). A kísérlettől való eltérés nagyobb, ami azt jelenti, hogy a kaonok keletkezésének leírására durva közelítés a használt koaleszcenciakép. A Λ , Ξ , Ω barionok eloszlását szintén nem változtatják lényeges mértékben az ütközések (lásd a 7.9. ábrát). Kivétel a Σ , amely a szimuláció szerint 40%-ban inelasztikus ütközések során jön létre (pl. $KN \rightarrow \Sigma(1660) \rightarrow \Sigma\pi$).

A spektrum torzulása várhatóan annál nagyobb, minél több kölcsönhatás-

ban vesz részt egy részecske a kezdőállapottól a végállapotig. Az eredmények jobb megértéséhez tehát érdemes megszámlálni a kölcsönhatásokat.

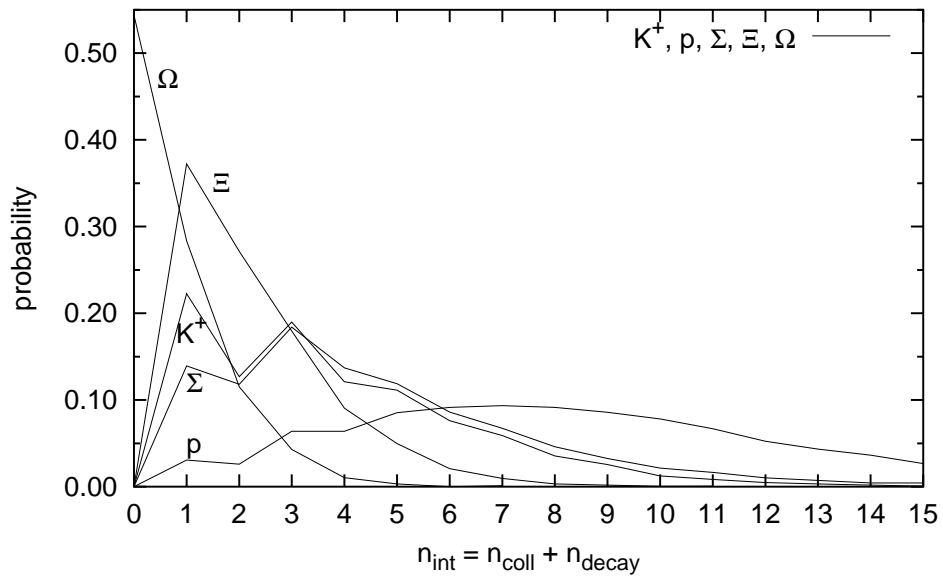
7.4.2. Kölcsönhatások számlálása

A feladat annak meghatározása, hogy egy adott végállapotú részecske hány kölcsönhatásban vett részt a kezdeti állapottól számítva. Ez nem egyszerű feladat, hiszen valójában egy végállapotú részecske nem is feltétlenül szerepel a kezdőállapotban — inelasztikus folyamatokban nem lehet egyértelműen megfeleltetni egymásnak a kimenő és a bejövő részecskéket. Az általam használt algoritmus azonban ezekben az esetekben is talál egy „ős” részecskét:

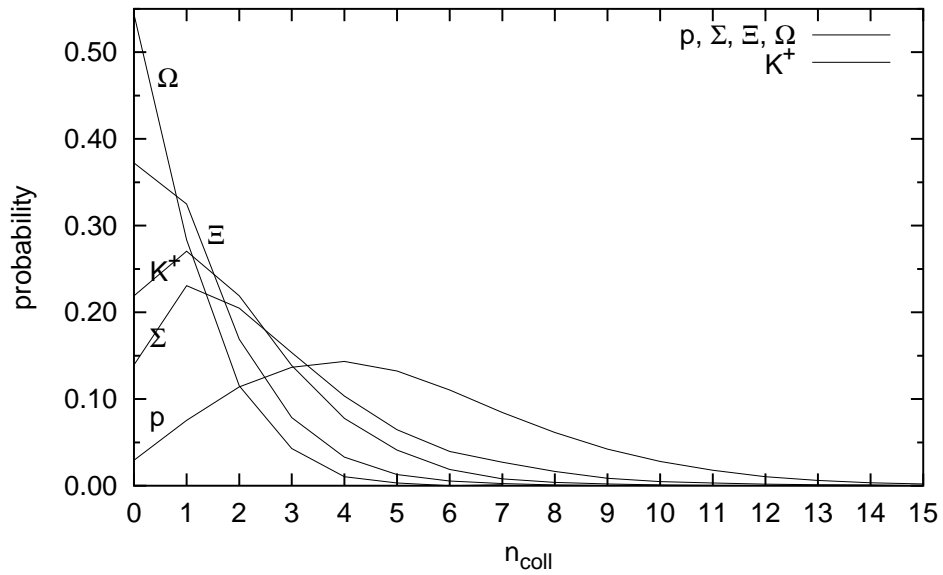
1. Ha egy kölcsönhatás bejövő részecskéi között szerepel a keresett részecsketípus, akkor az ilyen típusú részecske lesz az ős. (Pl. K^+ kölcsönhatásainak összeszámolásánál egy $K^+\Delta^0 \rightarrow K^+n$ folyamatban a bejövő K^+ az ős, nem pedig a Δ^0 .)
2. Ha a kölcsönhatás bomlás, akkor az ős a bomló részecske. (Pl. $K^{*0} \rightarrow \pi^-K^+$ esetén a K^{*0} .)
3. Ha a fenti két eset közül egyik sem teljesül, akkor megnézzük, hogy milyen bejövő részecskék bomlástermékei között szerepel a keresett. Ha csak egy ilyen van, akkor az lesz az ős. Ha több (2) is, akkor közülük az, amelyiknek a tömege közelebb van a keresett részecskéjéhez, pontosabban amelyikre $|m_1 - m_2|/(m_1 + m_2)$ értéke a legkisebb.
4. Ha nincs olyan bejövő részecske, amelynek bomlástermékei között szerepelne a keresett, akkor a hozzá legközelebbi tömegű legyen az őse.

Ezzel az algoritmussal a végállapottól a kezdőállapotig időben visszafelé nyomon követhető egy részecske fejlődése, eközben pedig megszámlálhatók kölcsönhatásai. Néhány tipikus „nyom” K^+ végállapotra, a K^+ -nak a múltjában megfelelő „ősrészecskék” aláhúzásával:

- $\underline{\phi} \rightarrow \underline{K}^+K^-$ (1 kölcsönhatás)
- $\pi^0\underline{\phi} \rightarrow \pi^0\underline{\phi}$, $\underline{\phi} \rightarrow \underline{K}^+K^-$ (2 kölcsönhatás: 1 ütközés, 1 bomlás)
- $\pi^+\underline{K}^{*0} \rightarrow \underline{K}^{*+}(1410)$, $\underline{K}^{*+}(1410) \rightarrow \pi^+\underline{K}^{*0}$, $\underline{K}^{*0} \rightarrow \pi^-\underline{K}^+$, $\underline{K}^+n \rightarrow \underline{K}^+n$ (4 kölcsönhatás: 2 ütközés, 2 bomlás)



7.10. ábra. Kölcsönhatások (ütközések és bomlások) számának valószínűségeloszlása különböző részecske-végállapotokra.



7.11. ábra. Ütközések számának eloszlása.

Amint e példából is látszik, a végállapotú kaonoknak a MICOR által generált kezdeti rezonanciagázban nagyrészt ϕ és K^* mezonok felelnek meg. A protonok elődei a Δ , a Σ -ké a Σ^* , Ξ -ké a Ξ^* barionok. Ω -k a kezdeti és a végállapotban is szerepelnek. Bizonyos részecskék, például a pionok visszakövetése azonban sajnos nem lehetséges. A pionok nagy részben Δ bomlásokból jönnek, azonban Δ barionokat nem feleltethetünk meg pionoknak, ahhoz túlságosan is különböző jellegű részecskék.

A 7.10. ábrán a kölcsönhatások számának eloszlása látható a végállapotú kaonokra, protonokra, Σ , Ξ és Ω barionokra. E részecskék közül az Ω az egyetlen, ami a kezdeti állapotban is szerepel, így 0 számú kölcsönhatása is lehet. A modell szerint az összes többi részecske gyorsan elbomló rezonanciákból származik, így legalább egy kölcsönhatásban (1 bomlásban) vesznek részt. A proton a leginkább kölcsönható részecske, öt követi a Σ . Ez lehet a magyarázata a Σ -k számának az ütközésektől való erős függésének (a 7.9. ábráról). A kaonhoz tartozó eloszlás érdekessége, hogy két lokális maximuma van, $n_{\text{int}} = 1, 3$ értékeknél. Ennek magyarázata az, hogy a bomlások számának eloszlása 1-nél maximális, ahol éles csúcsa van (mivel 0 számú bomláshoz 0 valószínűség tartozik), az ütközések átlagos száma pedig 2. Az $n_{\text{coll}} + n_{\text{decay}}$ eloszlása így az $1 + 0$ és $1 + 2$ pontokban lokálisan maximális.

A 7.11. ábrán az ütközésszámok eloszlása látható.

7.5. Partonok energiavesztesége

Traszport elméleti módszerekkel nemcsak hadronokból, hanem partonokból, húrokból álló rendszerek időfejlődése is követhető. Egy érdekes probléma a *jet quenching* vizsgálata [67, 68]. Ha egy nagyenergiájú jet közegeen halad át, akkor a jelenlévő színtöltések gluonsugárzást indukálnak, így a jet a kölcsönhatás során energiát veszít. Ez a jelenség kísérletileg a nagy transzverzális impulzusú hadronok eloszlásán keresztül vizsgálható, a nagy energiájú partonok energiavesztesége következtében ezen részecskék száma csökken [69].

A nehézionütközések szimulációjára alkotott modellek közül az első a HIJING [70] volt, amelybe beépítettek egy egyszerű jet quenching mechanizmust. A modell paramétere egy fix dE/dz energiaveszteség, amely gluon jetekre kétszer annyi, mint kvark jetekre. A közeg egy partonokból és húrokból álló anyag. Ha egy jet az utolsó kölcsönhatási ponttól számított l távolság megtétele után ismét kölcsönhatásba lép egy húrral, akkor $\Delta E = ldE/dz$ energiát veszít, miközben a húron egy „gluonsomó” keletkezik. Minél na-

gyobb a nehézionütközés energiája, annál több parton keletkezik, a jet quenching algoritmus pedig annál több alacsonyenergiás gluon keletkezéséhez vezet.

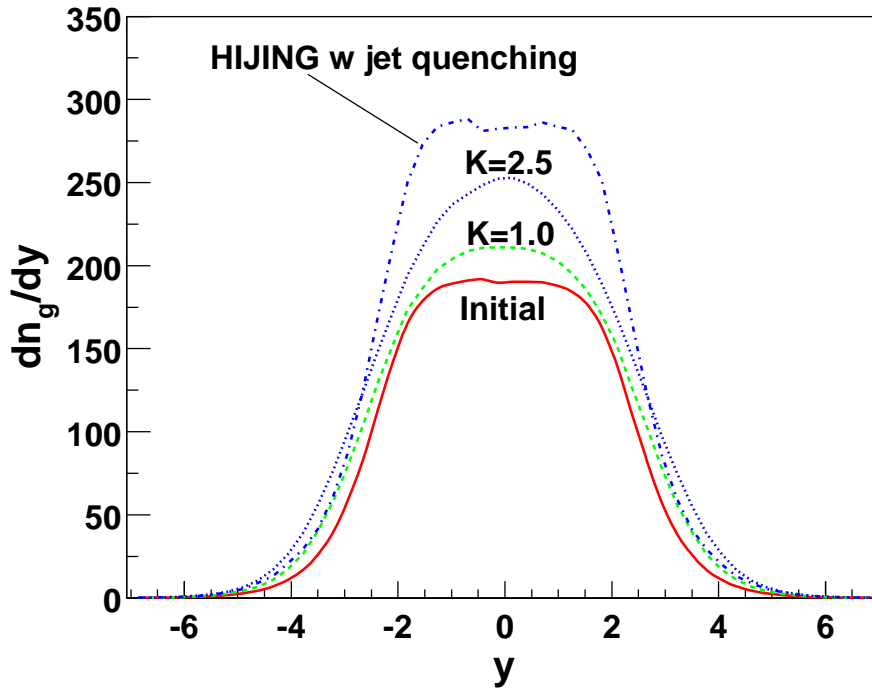
A HIJING modell által keltett partongáz további fejlődése a Boltzmann egyenlet numerikus megoldásával, a kaszkád algoritmussal szimulálható. Az itt tárgyalt modellben [6] $2 \leftrightarrow 2$ és $2 \rightarrow 2 +$ végállapotú sugárzási folyamatokat vettünk figyelembe. A $2 \leftrightarrow 2$ folyamatok a következők:

$$\begin{aligned} q + q' &\leftrightarrow q + q', & g + g &\leftrightarrow g + g, \\ g + g &\leftrightarrow q + \bar{q}, & g + q &\leftrightarrow g + q. \end{aligned} \quad (7.31)$$

E folyamatok hatáskeresztmetszetei vezető rendben pQCD számítással kaphatók meg. Az $\alpha_S(Q^2)$ futó csatolási állandó Q^2 skálájának a szórás folyamatok transzverzális momentum cseréjét vesszük, $Q^2 = p_T^2$, azonban $p_T < 1$ GeV esetben a skála 1 GeV. Az infravörös divergenciák gluonok esetében a propagátorban bevezetett $m_D = 0.6$ GeV Debye árnyékolási tömeg segítségével regularizálhatók, kvarkokra pedig $m_q = 0.2$ GeV termális tömeget vezetünk be [71]. Az egyszerűség kedvéért a hatáskeresztmetszeteket konstansoknak tekintjük, a rendszer fejlődésének hatáskeresztmetszet-függését pedig egy fenomenologikus K -faktor változtatásával vizsgáljuk: $\sigma_{gg} \simeq K \cdot 5.3$ mb, $\sigma_{gq} \simeq K \cdot 2.0$ mb, $\sigma_{qq} \simeq K \cdot 0.5$ mb.

A $2 \rightarrow 2 +$ végállapotú sugárzási folyamatokhoz a PYTHIA kódot [51] használtuk. Ebben a reakcióban a végállapotú sugárzás közbenső, tömeghéjon kívüli partonokból származik. Egy E energiájú, q virtualitású parton élet-tartama $\Delta t \sim E/q^2$, melynek elteltével további partonokat sugároz ki. A sugárzási folyamat a 0.5 GeV minimális virtualitás elérésével ér véget [72]. A tömeghéjon kívüli partonok egyéb kölcsönhatásait figyelmen kívül hagyjuk.

A parton kaszkádhoz (GROMIT/tz - akkori nevén PSYCHE) a kezdőfeltételt a HIJING modellel, de a jet quenching kikapcsolásával generáltuk, $\sqrt{s} = 130$ A GeV energiájú centrális Au+Au ütközésre. A jet quenchinget ekkor a kaszkád által szimulált $2 \rightarrow 2 +$ végállapotú sugárzási folyamatok modellezik. A kezdeti állapotban $(dN_g/dy)_{y=0} \simeq 190$ mini-jet gluon tartózkodott a középső rapiditástartományban, de a sugárzási folyamatok következtében nőtt a számuk. A K faktor 1.0 értéke mellett $(dN_g/dy)_{y=0} \simeq 210$, $K = 2.5$ esetén pedig $(dN_g/dy)_{y=0} \simeq 250$. A keletkező gluonok száma tehát erősen függ a parton hatáskeresztmetszetektől. Összehasonlításként a HIJING által szimulált jet quenching esetét is megvizsgáltuk, $dE/dz = 2$ GeV/fm energiaveszteség paraméterrel. Ekkor $(dN_g/dy)_{y=0} \simeq 280$ gluon keletkezik. A rapiditáseloszlások a 7.12. ábrán láthatók.



7.12. ábra. Mini-jet gluonok rapiditáseloszlása $\sqrt{s} = 130$ A GeV energiájú Au+Au ütközésekben. A K -faktor két különböző értéke mellett végzett partonkaszád szimulációkhoz a kezdőfeltételt a HIJING adta, a jet quenching kikapcsolásával (legalsó görbe). A legfelső görbe szintén a HIJING eredménye, de $dE/dz = 2$ GeV/fm paraméteres jet quenching esetén.

A kapott részecskeszámokból úgy tűnhet, hogy megfelelő nagyságúnak választott parton hatáskeresztmetszetek (K faktor) esetén a kaszkád hasonló eredményeket adhat, mint a HIJING jet quenching mechanizmusa. A partonok E_T transzverzális energiájának vizsgálata azonban egy lényeges különbségre derített fényt. A kezdeti $(dE_T/dy)_{y=0} \simeq 250$ GeV transzverzális energiát a parton kaszkád által szimulált folyamatok csökkentik, $K = 1$ esetén 13 GeV-vel, $K = 2.5$ esetén 27 GeV-vel. A HIJING jet quenching mechanizmusa viszont nem vezet csökkenéshez. A parton-parton szórásokban a csökkenés azzal magyarázható, hogy a bejövő részecskék rapiditásai között korreláció van, egymáshoz közeli rapiditású részecskék gyakrabban ütköznek. Az ütközésekben keletkező részecskék rapiditásai viszont nagy

valószínűséggel különbözni fognak, így nő a longitudinális energia - a transzverzális rovására. A HIJING modellben a jet energiavesztesége a haladási irányával közel párhuzamosan haladó gluonok keltésével történik (gluoncso-mó a húron), így sem a transzverzális, sem a longitudinális energia nem változik.

A sugárzási folyamatok mindkét modellben hasonló módon befolyásolják a gluonok transzverzális momentumeloszlását Magas p_T -n csökken, alacsony p_T -n ($p_T < 1$ GeV) pedig enyhén nő a gluonok száma. Az eloszlás hőmérséklet jellegű paramétere, az inverz meredekség csökken. A változás mértéke érzékeny a K faktor illetve a dE/dz energiaveszteség értékére.

A végállapoti hadronok kialakulását két hadronizációs modellel, a Lund húr fragmentációs [73] és a független fragmentációs modellel vizsgáltuk. Lund modell használata esetén a pionokra vonatkozó kísérleti adatokhoz [74] képest a HIJING jet quenching nélkül túlbecsüli a transzverzális impulzuseloszlás értékeit $p_T > 2$ GeV-en. A kísérleti adatokat a partonkaszád $K = 2.5$ esetén, a HIJING jet quenching mechanizmusa pedig $dE/dz = 0.25 - 2.0$ GeV/fm paraméter értékekkel tudta reprodukálni.

Nagysűrűségű partonanyagban nem várható a hosszútávú szinkorrelációk fennmaradása, így érdemes megvizsgálni a független fragmentációs modell esetét is, melyben — a Lund modelltől eltérően — partonok egymástól függetlenül fragmentálódnak. Szimulációink szerint ekkor a $p_T > 2.5$ GeV tartományban a kísérleti eredményt reprodukálja a $K = 1.0$ választás, de $K = 2.5$ már alulbecsüli az adatokat. A HIJING $dE/dz \simeq 0.25$ GeV/fm esetén ad egyezést, jet quenching nélkül felülbecsüli, $dE/dz = 2.0$ GeV/fm esetén pedig alulbecsüli az adatokat.

Diszkusszió

Értekezésemben a nagyenergiás nehézionütközések időfejlődésének egyensúlyi és nem-egyensúlyi leírásával foglalkoztam. Egyensúlyi hidrodinamikai egyenletek vizsgálata során új, egzakt, gyorsan táguló tűzgömbök leírására alkalmazható megoldásokat tárgyaltam [7]. Az egyensúlyi, makroszkopikus leírások mellett fontos szerepet játszanak a mikroszkopikus kölcsönhatásokat közvetlenül figyelembe vevő modellek. Doktori munkám fő eredménye egy nem-egyensúlyi hadronizációs modell, a MICOR kifejlesztése, valamint a relativisztikusan mozgó hadronok egymás közötti ütközéseit kovariánsan nyomon követő GROMIT kaszkád kód létrehozása. A GROMIT kód alkalmazható partonok kölcsönhatásainak leírására is.

A MICOR modell a nehézionütközésekben keletkező kvarkanyag hadronanyaggá történő visszaalakulását írja le egy mikroszkopikus koaleszcencia mechanizmus segítségével. A modellparamétereknek a ϕ és Ω részecskék momentumspektrumára való fittelésével a kísérlettel egyező jóslatot kaptam a ρ mezonra is [2]. A modellt alkalmaztam a bájos mezonok (D , J/ψ) keletkezésének leírására is. Kiderült, hogy ebben az esetben nem tételezhető fel egységes, minden kvark típust magába foglaló kollektív áramlás; a nehéz, bájos kvarkok „lemaradnak” a könnyű és a ritka kvarkoktól [3].

A hosszú életű, nagy kölcsönhatási hatáskeresztmetszettel rendelkező hadronok (pl. a nukleonok) leírásához szükséges a másodlagos kölcsönhatások szimulációja, melynek fő módszere a Boltzmann-egyenlet numerikus megoldása. Ehhez egy részecskekaszkád programot fejlesztettem (lásd D. függelék és ref. [4, 5, 6]), amely azonban jóval általánosabb az általam vizsgált problémáknál. Tetszőleges transzport modell szimulálható vele, partonkaszkádként is használható, továbbá támogatja a Lorentz-invarianciasértés korrekciójára szolgáló részecskefelosztásos módszert. A GROMIT program segítségével az alábbi problémákat oldottam meg:

- A „pionszél problémának” nevezett gondolat kísérlet vizsgálata során

azt az eredményt kaptam, hogy nagy hatáskeresztmetszetek illetve nagy kezdeti sűrűség esetén a részecskék végső momentumspektrumai erősen függenek a λ részecskefelosztástól. Konstans 40 mb hatáskeresztmetszetekkel számolva, a naiv $\lambda = 1$ esetben a nukleonok transzverzális impulzusspektrumának inverz meredeksége kb. 20%-kal kisebb, mint amennyit a Boltzmann egyenlet egzakt megoldásával, vagyis a Lorentz-invariáns határesetben kapnánk. A $\lambda = 16$ eset viszont már jó közelítésnek vehető.

- A MICOR hadronizációs modell által adott rezonanciagáz másodlagos kölcsönhatásainak szimulációja. A fő eredmény itt az, hogy a koaleszcencia modell a hadronok egymás közötti kölcsönhatásaival kiegészítve a pion és a proton spektrumát is jól leírja. Egy lényeges részeredmény pedig a részecskefelosztásra vonatkozik. A kvark koaleszcenciával keltett rezonanciagázban az ütközések elég ritkák, illetve a legtöbb kölcsönhatás hatáskeresztmetszete elég kicsi ahhoz, hogy a kaszkád algoritmus Lorentz-invarianciasértése elhanyagolható legyen. Részecskefelosztás alkalmazására így ebben a problémában nincs szükség.
- Partonok energiavesztésének vizsgálata RHIC Au+Au ütközésekben, $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV energián. Ebben a problémában a kvarkok és gluonok közötti $2 \leftrightarrow 2$ szórás és $2 \rightarrow 2 + \text{végállapot}$ sugárzási folyamatok lettek figyelembe véve. E folyamatok következtében a részecskék momentumeloszlása megváltozik, csökken a nagy impulzusú komponens ("quenching"). A hatáskeresztmetszetektől függő mértékben csökkenni fog a transzverzális energia is. Két különböző hadronizációs mechanizmust tekintettünk, melyek eltérően befolyásolják a végállapot hadroneloszlást. Eredményül azt kaptuk, hogy a Lund string fragmentációs modell használata nagyobb parton hatáskeresztmetszeteket igényel a kísérleti π^0 spektrum reprodukálásához, mint a független fragmentációs modell [6].

A GROMIT kaszkád kóddal végzett vizsgálatokat az RTTC együttműködés (RHIC Transport Theory Collaboration) tagjaként végeztem. Az együttműködés célja az, hogy e közös, általános kaszkád kód felhasználásával fejlesszünk ki transzport modelleket, lehetővé téve ezzel modelljeink mások által történő használatát, más kódokkal való összekapcsolását.

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm anyámnak és apámnak, hogy lehetővé tették e dolgozat megszületését.

Köszönöm témavezetőmnek, Lévai Péternek, hogy értékes tanácsaival, útbaigazításaival, türelmével, kritikájával hozzájárult disszertációm sikeres befejezéséhez. Együtt végzett munkánk során rengeteget tanultam.

Köszönettel tartozom Zimányi Józsefnek, aki lehetővé tette, hogy a KFKI RMKI Nehézionfizikai Osztályán dolgozhassak.

Köszönöm Biró Tamásnak a dolgozattal kapcsolatos kritikus észrevételeit. Köszönöm Wolf Györgynek, Csörgő Tamásnak, Lukács Bélának és Gyulassy Miklósnak a munkámat segítő értékes megjegyzéseit.

Köszönettel tartozom az RMKI Elméleti Főosztályán dolgozó munkatársaimnak a munkámat segítő, jó légkör kialakításáért.

A. Függelék

Momentumspektrumok paraméterezése

Nagy hőmérsékleten a részecskék termikus momentumeloszlását a Boltzmann eloszlás közelíti:

$$\frac{dN}{d^3p} \propto e^{-E/T}. \quad (\text{A.1})$$

Ha felhasználjuk, hogy $d^3p = \text{ch } y m_T^2 dm_T dy d\phi$ és $E = m_T \text{ch } y$, akkor

$$\frac{dN}{m_T dm_T dy} = A m_T \text{ch } y \exp\left(-\frac{m_T \text{ch } y}{T}\right), \quad (\text{A.2})$$

ahol A egy konstans faktor. A $T/\text{ch } y \rightarrow T$ behelyettesítés alkalmazásával és a paraméterek rapiditásfüggővé tételével egy közelítő képletet kapunk, amely a tapasztalat szerint jól írja le a nehézion-ütközésben keletkező részecskék eloszlását:

$$\frac{dN}{m_T dm_T dy} = A(y) m_T e^{-m_T/T(y)}. \quad (\text{A.3})$$

A kísérleti fizikusok azonban általában nem Boltzmann-, hanem egyszerű exponenciális illesztést alkalmaznak:

$$\frac{dN}{m_T dm_T dy} = A(y) e^{-m_T/T(y)}. \quad (\text{A.4})$$

Az egyszerű exponenciális eloszlás természetesen már nem termikus, T nem a hőmérséklet. Neve inverz meredekség (*slope*) paraméter. A (A.3) és a (A.4)

képlet az általánosított slope paraméteres illesztés két speciális esete. Az általános képlet

$$\frac{dN}{m_T dm_T dy} = A(y) \left(\frac{m_T}{m} \right)^\alpha e^{-m_T/T(y)}, \quad (\text{A.5})$$

ahol az α kitevő a spektrum „görbültségét” írja le. Logaritmikus skálán ábrázolva ugyanis csak akkor kapunk egyenest, ha $\alpha = 0$.

A termikus (A.2) eloszlás rapiditásra történő integrálásával az alábbi képletet kapjuk:

$$\frac{dN}{m_T dm_T} = A m_T K_1 \left(\frac{m_T}{T} \right). \quad (\text{A.6})$$

Bár fizikailag nem indokolható, kísérleti fizikusok e képletet olyan esetekben is használják, amikor az illesztendő eloszlás csak egy kis rapiditásintervallumra van kiintegrálva — például közép-rapiditásbeli spektrumok esetében.

Felhasználva a Bessel függvény $x \gg 1$ esetre érvényes

$$K_1(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi x}} \left(1 + \frac{3}{8x} - \frac{5}{128x^2} + O(x^{-3}) \right) e^{-x} \quad (\text{A.7})$$

sorfejtését, a (A.6) képlet nagy momentumokra, vagyis $m_T \gg T$ esetben a következő alakot veszi fel:

$$\frac{dN}{m_T dm_T} = A \sqrt{\frac{T m_T}{8\pi}} e^{-m_T/T} = A' \left(\frac{m_T}{m} \right)^{1/2} e^{-m_T/T}. \quad (\text{A.8})$$

Ez éppen a (A.5) általános slope paraméteres fittelés, $\alpha = 1/2$ kitevővel.

B. Függelék

Hatáskeresztmetszetek

A másodlagos kölcsönhatások Gromit kaszkádprogrammal végzett szimulációi során általam használt hatáskeresztmetszetek az alábbi csoportokba oszthatók:

1. Rezonanciakeltés.
2. Nukleon-nukleon folyamatok.
3. Kaon-nukleon hatáskeresztmetszetek a JAM-ből [20].
4. Additív kvark modell hatáskeresztmetszet az ismeretlen folyamatokhoz.

Hadron rezonanciák $2 \rightarrow 1$ folyamatokban keletkeznek, Breit-Wigner hatás-keresztmetszettel:

$$\sigma_{12 \rightarrow R}(s) = \frac{2J+1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{R \rightarrow 12}(s)\Gamma_R(s)}{(\sqrt{s}-M_R)^2 + \Gamma_R^2(s)/4}, \quad (\text{B.1})$$

ahol k a tömegközépponti momentum, S_i és J a részecskék spinjei, M_R a rezonanciatömeg, Γ_R a teljes szélesség és $\Gamma_{R \rightarrow 12}$ az inverz folyamat (rezonanciabomlás) szélessége. A tömegközépponti momentum az energiától és a bejövő részecsketömegektől függ:

$$k(s, m_1, m_2) = \sqrt{\frac{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}{4s}}, \quad (\text{B.2})$$

ahol a λ kinematikai függvény definíciója a következő:

$$\lambda(s, m_1^2, m_2^2) = (s - (m_1 - m_2)^2)(s - (m_1 + m_2)^2). \quad (\text{B.3})$$

Rezonancia-rezonancia ütközés esetén így a hatáskeresztmetszet az „off-shell” tömegektől függ. Ha ettől a tömegfüggéstől meg lehetne szabadulni, az a kaskád szimulációkon sokat gyorsítana, ugyanis lehetővé válna, hogy a program előre kiszámoljon minden lehetséges $\sigma(s)$ értéket. Ennek lehetővé tétele érdekében az UrQMD [19] által is használatos módszerhez folyamodunk, vagyis $k(s, m_1, m_2)$ helyett egy átlagos értéket használunk, amelyet a tömegekre való integrálással kapunk, a Breit-Wigner eloszlásokkal súlyozva:

$$\langle k(s) \rangle = \int_{M_1^{min}}^{\sqrt{s}-M_2^{min}} dm_1 \frac{A_1(m_1)}{N_1} \int_{M_2^{min}}^{\sqrt{s}-m_1} dm_2 \frac{A_2(m_2)}{N_2} k(s, m_1, m_2), \quad (\text{B.4})$$

$$A_i(m) = \frac{\Gamma_i(m)}{(m - M_i)^2 + \Gamma_i^2(m)/4}, \quad (\text{B.5})$$

$$N_i = \int dm A_i(m). \quad (\text{B.6})$$

A nukleon-nukleon hatáskeresztmetszetek általános alakja a következő:

$$\sigma_{12 \rightarrow 34}(s) = (2S_3 + 1)(2S_4 + 1) \frac{k_{34}}{k_{12}} \frac{1}{s} |\mathcal{M}|^2, \quad (\text{B.7})$$

ahol \mathcal{M} az átmeneti mátrixelem. Ha a részecskék valamelyike rezonancia, akkor a k_{12} és/vagy k_{34} tömegközépponti momentumok a (B.4) képlettel számolhatók. Néhány folyamat mátrixeleme (lásd [19]):

$$|\mathcal{M}|_{NN \rightarrow N\Delta}^2 = 40000 \frac{m_\Delta^2 \Gamma_\Delta^2}{(s - m_\Delta^2)^2 + m_\Delta^2 \Gamma_\Delta^2}, \quad (\text{B.8})$$

$$|\mathcal{M}|_{NN \rightarrow \Delta\Delta}^2 = 2.8, \quad (\text{B.9})$$

$$|\mathcal{M}|_{NN \rightarrow NN^*}^2 = \frac{6.3 \text{ GeV}^4}{(m_{N^*} - m_N)^2 (m_{N^*} + m_N)^2}, \quad (\text{B.10})$$

$$|\mathcal{M}|_{NN \rightarrow N\Delta^*}^2 = \frac{12 \text{ GeV}^4}{(m_{\Delta^*} - m_N)^2 (m_{\Delta^*} + m_N)^2}, \quad (\text{B.11})$$

$$|\mathcal{M}|_{NN \rightarrow \Delta N^*}^2 = \frac{3.5 \text{ GeV}^4}{(m_{N^*} - m_\Delta)^2 (m_{N^*} + m_\Delta)^2}, \quad (\text{B.12})$$

$$|\mathcal{M}|_{NN \rightarrow \Delta\Delta^*}^2 = \frac{3.5 \text{ GeV}^4}{(m_{\Delta^*} - m_\Delta)^2 (m_{\Delta^*} + m_\Delta)^2}, \quad (\text{B.13})$$

ahol $m_\Delta = 1.232 \text{ GeV}$, $\Gamma_\Delta = 0.12 \text{ GeV}$, $m_{N^*} = 1.44 \text{ GeV}$, $m_{\Delta^*} = 1.6 \text{ GeV}$.

A kaon-nukleon szórásokra a Gromit kísérleti hatáskeresztmetszet táblázatokat használ, melyeknek parametrizálása a JAM programból [20] származik. Csatornák: $K^\pm N \rightarrow K^\pm N$ ($N = p, n$), $K^+n \rightarrow K^0p$, $K^-p \rightarrow \Lambda\pi^0$, $K^-p \rightarrow \Sigma^\pm\pi^\mp$, $KN \rightarrow K\Delta$, $K^+N \rightarrow K^{*+}N$, $K^+n \rightarrow K^{*0}p$, $KN \rightarrow K^*\Delta$.

C. Függelék

A MICOR program

A nehézionütközések során történő hadronkeletkezés MICOR modell alapján történő szimulálását egy C++ nyelven írt programmal végeztem. A program objektumorientált felépítésű, ami nagyfokú rugalmasságot biztosít. Könnyen változtatható, bővíthető, alkotóelemei újrafelhasználhatók.

A főprogramot a `micorMain()` eljárás tartalmazza, amely az input file beolvasása után az alábbi számításokat végzi el:

1. A (5.10) képlet által definiált $\langle\sigma v_{12}\rangle$ *koaleszcencia faktorok* kiszámítása Monte Carlo integrálással, a (5.2) Bjorken-áramlás és a (5.3) Jüttner-eloszlás felhasználásával, a (5.6) együttmozgó vonatkoztatási rendszerben.
2. *Virtuális időfejlődés* követése a (5.31) képlet alapján.
3. *Prehadron* $dN/m_T dm_T dy$ *eloszlások* kiszámítása a (5.87) képlet felhasználásával, Monte Carlo integrálással. Helyfüggő szimuláció esetén¹ az eloszlást $\eta = 0$ feltevéssel számolja, továbbá kiszámítja a (5.112) szög-eloszlást és a $dN/d\eta$ eloszlást is.
4. Véletlen prehadronok generálása és JETSET-tel történő *elbomlasztása*.

A bemenő és a kimenő adatokat a MICOR az „egyik fülén be, másikon ki” elv alapján kezeli, vagyis az input paraméterek az output file-ban is megjelennek, sőt a számítások eredményei újra felhasználhatók bemenő adatokként. Egy félbeszakított számítást tehát a leállítás pontjától újra lehet folytatni,

¹Ha az `etaIsFixed` paraméter értéke `true`.

esetleg bizonyos paraméterek megváltoztatásával.² A fő paraméterek a következők:

mq	a könnyű kvarkok tömege: $m_q = m_u = m_s$
ms	a ritka kvark tömege (m_s)
Tq	a kvarkanyag hőmérséklete (T_q)
vt	a transzverzális áramlási sebesség (v_T)
etamax	a longitudinális rapiditásbeli kiterjedés fele (η_{\max})
alpha	az erős csatolási állandó (α_S)
localCoalescence	a koaleszcenciasugár 0 legyen (true) vagy pedig a rendszer méretével egyező (false).
etaIsFixed	helyfüggő legyen a spektrum (true) vagy integráljunk η -ra (false).

A tömeg és energia jellegű paraméterek GeV-ben vannak megadva.

A szimuláció második lépéséhez, vagyis a virtuális időfejlődés végigkövetéséhez szükséges megadni az alábbi kezdőértékeket:

quarks	az u , d , és s kvarkok száma
antiquarks	az \bar{u} , \bar{d} , és \bar{s} antikvarkok száma.

A harmadik lépésben történik a prehadron momentumeloszlások kiszámítása. Ehhez a következő paraméterek tartoznak:

prehad_ymax	max. longitudinális impulzus-rapiditás (y_{\max})
prehad_dy	lépésköz (bin méret, Δy)
prehad_mtmmx	a transzverzális tömeg és az invariáns tömeg különbségének maximuma: $m_{T_{\max}} - m$
prehad_dmtm	lépésköz (bin méret, Δm_T)
prehad_mmax	maximális \sqrt{s} a „tömegeloszlás” statisztikához
prehad_dm	lépésköz (bin méret, Δm)
prehad_N	Monte Carlo integrálási lépések száma

Végül a negyedik lépésben számolja a program a prehadron bomlásokat. A szimulált bomlások eredményeként keletkező részecskék (y , m_T) spektruma diszkrét rácson, vagyis 2 dimenziós tömbökben tárolódik. E rácok mérete minden részecskére közös, kivéve a γ fotonokra, akiknek külön lehet megadni. A paraméterek a következők:

²Ez az elv sajnos csak a helyfüggő spektrumok számításának megvalósítása előtt teljesült maradéktalanul. A jelenlegi verzióban a koaleszcenciafaktor-számolások eredményét és a prehadronszámokat még be tudja olvasni a program, a momentumspektrumokat azonban már nem, ugyanis a szög- és a rapiditáspektrum beolvasása még nincs implementálva.

decay_ymax	rácsméretek
decay_dy	
decay_mtmmmax	
decay_dmtm	
gamma_ymax	γ -hoz tartozó rácsméretek
gamma_dy	
gamma_mtmmmax	
gamma_dmtm	
decay_N	a szimulált bomlások teljes száma

Alább látható egy tipikus példa a *micor.in* file-ra:

```
# BASIC INPUT PARAMETERS
factors_N 10000000 # MCS in coalescence factor calculation
mq 0.310 # light quark mass (u, d)
ms 0.430 # strange quark mass
Tq 0.160 # quark matter temperature
vt 0.680 # transverse velocity
etamax 2.200 # half of the volume in longitudinal rapidity
alpha 3.000 # coupling constant
localCoalescence false
etaIsFixed false
Emax0 1.000 # energy cutoff for method 0
# (integrate on incoming momenta)
Emax1 10.000 # energy cutoff for method 1
# (outgoing and relative momenta)
outdir nonlocal # directory for output files

# INITIAL conditions for virtual time evolution
quarks 904 986 250 # number of incoming u, d, s
antiquarks 360 360 250 # number of incoming u~, d~, s~

# INPUT parameters for prehadron spectra
prehad_ymax 3.500
prehad_dy 0.125
prehad_mtmmmax 1.500
prehad_dmtm 0.025
prehad_mmax 1.000
prehad_dm 0.010
```

```

prehad_N      100000 # Monte Carlo steps

# INPUT parameters for prehadron decays
decay_ymax    3.500
decay_dy      0.250
decay_mtmmax  1.500
decay_dmtm    0.025
gamma_ymax    3.500
gamma_dy      0.250
gamma_mtmmax  3.000
gamma_dmtm    0.100
decay_N       100000000 # number of decay events

```

Az első lépés eredményei, vagyis a 12 különböző folyamathoz tartozó koaleszcencia faktorok a következő formában jelennek meg az output file-ban:

```

C0 1.779e-03 # absolute coalescence factor for qq~

#   qq~   qq   qs~   qs   ss~   ss   (qq)q   (qq)s ...
C 1.0000 0.2299 0.8182 0.1970 0.8715 0.2104 0.3063 0.4891 ...

```

C0 és C input paraméterek is lehetnek, ez esetben a program nem számolja újra a koaleszcencia faktorokat, hanem egyből a második lépésnél kezdődik a futás.

A második lépés a „virtuális időfejlődés”, melynek végállapota a következő formában jelenik meg:

```

#      u      d      s
Q      0.0    0.0    0.0
Q~     0.0    0.0    0.0

#      uu     ud     dd     us     ds     ss
D      0.1    0.1    0.2    0.0    0.0    0.1
D~     2.0    2.0    2.0    1.9    1.9    2.0

#      uu~   ud~   us~   du~   dd~   ds~   su~   sd~   ss~
M 134.9 134.9 88.5 145.7 145.7 95.5 34.4 34.4 29.7

#      uuu   uud   udd   ddd   uus   uds   dds   uss   dss   sss

```

B	71.9	76.2	80.7	85.7	27.9	29.5	31.1	11.5	12.2	5.2
B^{\sim}	4.0	4.0	4.0	4.0	3.4	3.4	3.4	2.8	2.8	2.4

Itt Q a különböző kvarkok, D a dikvarkok, M a mezonok, B a barionok végállapotbeli száma. A színes részecskék ideális esetben teljesen eltűnnek, vagyis az a jó, ha Q , Q^{\sim} , D és D^{\sim} közel zérus.

A harmadik lépésben a program a prehadronok momentumeloszlásait számolja ki.

```
PREHADRON 0 29 60 # qq~
0.0000 0.0125 7.397646e-05 1.401893e-06 7.472
0.0000 0.0375 6.547227e-05 1.453071e-06 4.036
...
0.0000 1.4875 1.282156e-07 2.294261e-08 0.756

0.1250 0.0125 7.459164e-05 1.446690e-06 6.257
...
3.5000 1.4875 7.880427e-20 2.782250e-20 0.686
END 0 # qq~
```

```
PREHADRON 1 29 60 # qq
...
...
...
END 11 # (ss)s
```

Az első oszlopban y , a másodikban $m_T - m$, a harmadikban $C \cdot dN/m_T dm_T dy$ (C tetszőleges konstans), a negyedikben a hibája szerepel. E spektrumok használhatók bemenő adatokként is, ez esetben a szimuláció a negyedik lépéssel kezdődik.

A negyedik lépés a prehadronok elbomlasztása a JETSET kód hívásával. Erre a lépésre nem kerül sor abban az esetben, ha a MICOR-ral által generált végállapotot egy kaszkád kód kezdőállapotának szánjuk, vagyis ha a másodlagos kölcsönhatásokat is figyelembe vesszük.

Belső felépítés. A program a következő lényeges objektum osztályokat használja:

- MicorIO

Input paraméterek beolvasása, eredmények kiírása. Konstruktora feldolgozza a parancssoros argumentumokat, beolvassa a szimuláció paramétereit tartalmazó — általában `micor.in` nevű — input file-t, és ennek alapján létrehozza a számításokhoz szükséges objektumokat. A számítások részeredményeinek megjelenítése és a végső spektrumok ki mentése pedig metódusainak hívásával történik.

- **QuarkMatter**

Kvarktömegek, erős csatolási állandó, hőmérséklet, áramlási sebesség, reakciótérfogat.

- **Particle**

Általános részecsketípus. Tulajdonságok: név, kódszám, és az ilyen típusú részecskék teljes száma.

Utódai:

- **MicorParticle**

A fenti tulajdonságokon kívül ennek az osztálynak két extra tulajdonsága van: a konsztituens kvarkok száma, és a „színesség”. Kvarkok és dikvarkok színesek, mezonok és barionok nem.

- * **MesonRhoOmega**

A $u\bar{u}$ és a $d\bar{d}$ mezonok tartoznak ebbe az osztályba. Ezek nem „valódi” mezon rezonanciák, hanem azok szuperpozíciói, így kódjuk lekérdezése véletlenszerű eredményt ad. 50% esély van rá, hogy egy ilyen részecske ρ^0 mezon, és másik 50%, hogy ω .

- **CoalProc**

Koaleszcencia folyamat, melyben két bemenő és egy kimenő **Particle** vesz részt. Egyéb tulajdonságok: súlyfaktor; lezajlott folyamatok teljes száma.

- **CoalProcGroup**

Azon koaleszcenciafolyamatok csoportja, melyeknek dinamikája szimmetria okokból azonos. Egyéb tulajdonságok: a bemenő és a kimenő részecskék tömege, a folyamat rendje (mezon- és dikvark keletkezés esetén 1, barionkeletkezésnél 2), a koaleszcencia-faktor, és keletkező részecske momentum-spektruma (ha ki van számítva).

Utód:

- `MicorProcGroup`

Izospin szimmetria szempontjából azonos folyamatok halmaza. Extra tulajdonság: a színfaktor. A koaleszcencia hatáskeresztmetszet számítását is ez az osztály végzi.

- `CoalProcSet`

Az összes koaleszcencia folyamatok és a bennük résztvevő részecskék halmaza. Ez az osztály végzi a részecskeszámok időfejlődésének szimulálását, miután megvannak a koaleszcencia faktorok. Miután a momentum spektrumok is megvannak, ez az objektum generálja a véletlenszerű prehadronokat.

Utód:

- `MicorProcSet`

A MICOR modell 12 alapvető koaleszcencia folyamat-csoportja és a résztvevő 47 részecske.

- `MCCalc`

Absztrakt őosztály Monte Carlo számításokhoz. Megvalósításai:

- `MicorFactorCalc`

Koaleszcencia faktor számítása.

- `MicorSpectrumCalc`

Prehadron momentum spektrum számítása.

- `Random`

Véletlenszám-generátorok absztrakt őse.

- `R250`

Az R250 véletlenszám-generátor.

- `MomentumPair`

Részecskepár momentumai. Beállítható a teljes p és a relatív q momentum, lekérdezhetők a p_1 , p_2 részecske-momentumok. Az $\int d^3p_1 d^3p_2 (\dots)$ és az $\int d^3q/2|q^0| (\dots)$ Monte Carlo integrálásokhoz is van egy-egy metódusa.

- `YmtmSpectrum`

Momentum spektrum: $dN/dym_T dm_T$. Ez az osztály a véletlen momentumgenerálás képességével is meg van áldva.

- `PreSpectrum`

Prehadron momentum és tömegspektrum.

- `HadronSpectra`

Végállapotbeli hadronok „detektálása”, spektrumaik tárolása.

- `ParticleDescriptions`

Absztrakt osztály a részecskekódok általános kezeléséhez. A kódokhoz tömeget, nevet és tömbindexeket rendel. A JETSET kódokra vonatkozó megvalósítása a `JetsetParticleDescriptions` osztály.

A program teljes objektumorientáltságának elérését csak a rezonanciabomlások számításához használt JETSET könyvtár használata gátolta, melyet az ősi *Fortran* nyelven írtak. A JETSET-et a C++ program a `jsdecay()` „interface” függvényen keresztül hívja meg.

D. Függelék

A GROMIT program

A hadronizációt követő másodlagos kölcsönhatások szimulációját kezdetben az általam, Stephen Vance és Yasushi Nara által írt általános célú PSYCHE¹ kaszkádprogrammal végeztem. E programot C++-ban fejlesztettük ki, a GCP² [21] kódból kiindulva. Később, a PSYCHE továbbfejlesztéseként, az RTTC kollaboráció (RHIC Transport Theory Collaboration) keretében alkottuk meg a GROMIT programot, amely elődjénél jóval általánosabb, ugyanis nemcsak az ütközési és bomlási folyamatok, hatáskeresztmetszetek, kezdőfeltételek választhatók szabadon benne, de maga a kaszkád algoritmus is. Jelenleg két kaszkád van megvalósítva, a PSYCHE-ből származó, t , x , y , z Minkowski koordinátákkal dolgozó Gromit/tz, illetve a τ , η , Bjorken koordinátákat használó, Sen Cheng és Scott Pratt által fejlesztett Gromit/ $\tau\eta$. Szimulációim során én a GROMIT/tz-t használtam.

A program az inicializációs file alapján építi fel a részecskék, bomlások és kölcsönhatások táblázatait, állítja be a kezdőfeltételeket, a kaszkádalgoritmust, a véletlenszámgenerátort, az analízis módjait, a hisztogrammok paramétereit, stb. A Gromit parancssoros opciók nélkül történő futtatás esetén a „gromit.ini” inicializációs file-t olvassa be és „csendben” fut, de opciók megadása esetén „bőbeszédűvé” tehető.³ Példa:

```
gromit -vv100f hijing.ini
```

Ilyen módon futtatva a Gromitot, a „hijing.ini” inicializációs file beolvasása

¹A „PSYCHE” elnevezés a fejlesztésben résztvevők nevének kezdőbetűiből származik (Péter, Stephen, Yasushi, Chris, Eric).

²„General Cascade Program”. Yang Pang C nyelven írott, befejezetlen kaszkád kódja.

³Opciókat lásd a parancssoros helpben: `gromit -h`

után kiír minden részecsketípust, kölcsönhatási csatornát, analízis és egyéb objektumokat, továbbá a szimuláció során minden 100. event után kiírja a pillanatnyi állást és azt, hogy még mennyi idő van hátra.

Egy inicializációs file felépítése a következő:

```
particles {
    ...
}

decays {
    ...
}

collisions {
    ...
}

run {
    rand = ...;
    initCond = ...;
    generator = ...;
    ...
}

analysis {
    ...
}
```

A részecske-, a bomlási- és a kölcsönhatási táblázat különböző blokkokban van megadva: *particles*, *decays*, illetve *collisions*. A *run* blokk a kezdőfeltételeket és kaszkád paramétereket tartalmazza, az *analysis* blokk pedig a generálandó output file-okat definiálja. A táblázatokban (vagyis bármelyik blokkban, kivéve a *run* blokkot) használható alapvető parancsok az alábbiak:

<code>mass</code>	Tömeg. [GeV]
<code>width</code>	Bomlási szélesség. [GeV]
<code>charge</code>	Elekromos töltés.
<code>baryon</code>	Bariontöltés.
<code>spin</code>	Spin.
<code>I</code>	Izospin.
<code>Iz</code>	Izospin Z komponense.
<code>strange</code>	Ritkaság.
<code>charm</code>	Bájosság.
<code>bottom</code>	Bottomság.
<code>top</code>	Topság.
<code>anti</code>	Antirészecske neve.
<code>pdgId</code>	PDG ID.
<code>oscarId</code>	OSCAR ID.
<code>customId</code>	Felhasználó által definiált ID.

D.1. táblázat. Részecsketípusok (Species) parameterei.

<code>add [name] { ... }</code>	Definiál egy objektumot és hozzáadja a táblázathoz. Pl.: <code>add Species pi { mass = 0.1396; }</code>
<code>remove name1[, ...];</code>	Töröl egy vagy több objektumot. Pl.: <code>remove pi, N;</code>
<code>modify name { ... }</code>	Módosít egy korábban definiált objektumot. Pl.: <code>modify pi { mass = 0.14; }</code>

Használhatók bizonyos extra parancsok is, mint a `load`, `loadlib` és `mkdir`. A `load` parancs objektum definíciókat tölt be egy file-ból. Főleg táblázatokban (*particles*, *decays*, *collisions*, *analysis*) használatos. A `loadlib` parancs egy programkódot tartalmazó dinamikus könyvtárat tölt be (pl. a HIJING kezdőfeltétel egy ilyen, külső könyvtárban van tárolva), az `mkdir` segítségével pedig directory-k készíthetők az output file-oknak.

A `particles` blokkban részecsketípusok, vagyis `Species` osztályhoz tartozó objektumok definiálhatók (paramétereket lásd a D.1 táblázatban). Ha egy részecsketípus `PDGSpecies` osztályhoz tartozónak definiálunk, akkor a tulajdonságai (`pdgId`, tömeg, szélesség, spin, izospin, töltések) automatiku-

san beállítódnak. Ilyen objektumokat definiálhatunk a PDG generátorral is, melynek paraméterei a következők:

<code>names</code>	Generálandó részecskék neveit tartalmazó lista. Ha nincs megadva, akkor minden ismert részecsketípus generálódik.
<code>bar</code>	Ha <code>true</code> , akkor az antirészecskék neveiben a <code>"bar"</code> sztring fog szerepelni. Ha <code>false</code> (alapértelmezés), akkor a tilde (<code>"~"</code>) karakter.

A PDG generátornak nemcsak részecske-, hanem (izospin) multiplettek neveit is megadhatók, ez esetben a megadott multiplettekhez tartozó minden részecske generálódik. Pl. „pi”= π^+ , π^- , π^0 , „Delta(1700)”= $\Delta(1700)^-$, $\Delta(1700)^0$, $\Delta(1700)^+$, $\Delta(1700)^{++}$, $\bar{\Delta}(1700)^+$, ..., stb.

A `decays` blokk tartalmazza a bomlási csatornákat. Van továbbá három paramétere:

<code>anti</code>	Generálódjanak-e automatikusan az anti-csatornák (<code>true</code>) vagy sem (<code>false</code>).
<code>momentumDist</code>	Alapértelmezés szerinti momentumeloszlás a következő csatorna definíciókhoz.
<code>width</code>	Alapértelmezés szerinti bomlási szélesség a következő csatorna definíciókhoz.

Egy bomlási csatorna definíciója a következőképpen néz ki,

DecayClass bejövő \rightarrow kimenő1 kimenő2 ... { paraméterek }

ahol a nyíl két oldalán a bejövő illetve kimenő részecsketípusok szerepelnek. Jelenleg az egyetlen bomlási csatorna osztály a `HadronDecay`. Paraméterek:

<code>momentumDist</code>	Momentumeloszlás.
<code>width</code>	Bomlási szélesség.
<code>ratio</code>	Bomlási arány.

Jelenleg a következő momentumeloszlás osztályok léteznek: `UniformDD` - izotróp kétrészecske momentumeloszlás, `Uniform3pDD` vagy `ThreebodyPDGDD` - izotróp háromrészecske-eloszlás.

Bomlási szélesség osztályok: `ConstWidth` - konstans szélesség, `WKMOWidth` - a (7.28) momentumfüggő szélesség, 1 impulzusmomentum és `beta` levágási paraméterrel.

A `collisions` blokk a kölcsönhatási csatornákat tartalmazza. A bomlási blokkhoz hasonlóan itt is megadhatók extra paraméterek:

Kölcsönhatási táblázat paraméterei

<code>anti</code>	Generálódjanak-e automatikusan az anti-csatornák (<code>true</code>) vagy sem (<code>false</code>).
<code>momentumDist</code>	Alapértelmezés szerinti momentumeloszlás a következő csatorna definíciókhoz.
<code>preservePlane</code>	Alapértelmezés szerinti érték a momentumeloszlás osztályok hasonló nevű paraméteréhez. (<code>false</code> , ha nincs megadva)
<code>tabulateXS</code>	Alapértelmezés szerinti érték a momentumeloszlás osztályok hasonló nevű paraméteréhez. (<code>true</code> , ha nincs megadva)

Egy csatorna definíciója a következőképpen néz ki:

ChannelClass *bejövő1* *bejövő2* \rightarrow *kimenő1* ... { *paraméterek* }

A következő kétrészecske ütközési csatornák vannak implementálva: `ElasticChannel` - $2 \rightarrow 2$ rugalmas ütközés, `InelasticChannel` - rugalmatlan ütközés, `ResFormChannel` - $2 \rightarrow 1$ rezonanciakeltés. Paraméterek:

<code>momentumDist</code>	Momentumeloszlás.
<code>xs</code>	Hatáskeresztmetszet.

Kétrészecske momentumeloszlások közös paramétere a `preservePlane`. Ha értéke `true`, akkor a reakció síkja megmarad, vagyis a kimenő részecskepályák egy síkban lesznek a bejövőekkel. Momentumeloszlások: `UniformCD` - izotróp két-test momentumeloszlás, `GluonicCD` - t-csatorna két-test momentumeloszlás.

Hatáskeresztmetszet osztályok:

- `ConstXS` - Konstans hatáskeresztmetszet, melynek értéke az `xs` paraméterrel adható meg [mb].
- `AddQuarkModelXS` - Additív kvark modell hatáskeresztmetszet.

- BreitWignerXS - Breit-Wigner hatáskeresztmetszet (B.1).
- NNtoNDelta - $NN \rightarrow N\Delta$ hatáskeresztmetszet (B.8).
- NNtoDeltaDelta - $NN \rightarrow \Delta\Delta$ hatáskeresztmetszet (B.9).
- NNtoNNstar - $NN \rightarrow NN^*$ hatáskeresztmetszet (B.10).
- NNtoNDeltastar - $NN \rightarrow N\Delta^*$ hatáskeresztmetszet (B.11).
- NNtoDeltaNstar - $NN \rightarrow \Delta N^*$ hatáskeresztmetszet (B.12).
- NNtoDeltaDeltastar - $NN \rightarrow \Delta\Delta^*$ hatáskeresztmetszet (B.13).
- JAM... - Kaon-nukleon hatáskeresztmetszetek a JAM-ből [20].

A lehetséges kétrészecske-kölcsönhatási csatornák száma n részecske között n^2 -tel arányos, így meglehetősen nehézkes lenne minden csatornát külön-külön definiálni. A Gromitban erre egy egyszerűbb módot dolgoztam ki, a „csatorna generátor” (channel generator) osztályokat, amelyek lehetővé teszik több kölcsönhatási csatorna automatikus generálását. A Gromit a következő generátorokat tartalmazza:

- ElasticChannelGenerator - rugalmas ütközési csatornák generálásához,
- AddQuarkModel - additív kvark modellel leírható folyamatokhoz,
- ResonanceDecayInverter - rezonanciakeltési csatornák generálása a bomlási táblázat „invertálásával”,
- TwoToTwoInverter - $2 \rightarrow 2$ folyamatok megfordítása a részletes egyensúly elvének alapján,
- PionWindModel - $\pi\pi$, πN , NN kölcsönhatások generálása a pionszél problémához,
- HadronicInteractions - az összes csatorna legenerálása „teljes” másodlagos kölcsönhatás szimulációkhoz. Lásd a D.2. táblázatot és a B appendixet).

A run blokkban az alábbi mezők definiálhatók:

	Csatorna	Hatáskeresztmetszet
$NN \rightarrow N\Delta$	InelasticChannel	NNtoNDelta
$NN \rightarrow \Delta\Delta$	InelasticChannel	NNtoDeltaDelta
$NN \rightarrow NN^*$	InelasticChannel	NNtoNNstar
$NN \rightarrow N\Delta^*$	InelasticChannel	NNtoNDeltastar
$NN \rightarrow \Delta N^*$	InelasticChannel	NNtoDeltaNstar
$NN \rightarrow \Delta\Delta^*$	InelasticChannel	NNtoDeltaNstar
$K^-n \rightarrow K^-n$	ElasticChannel	JAM_Km_n_el
$K^-p \rightarrow K^-p$	ElasticChannel	JAM_Km_p_el
$K^+n \rightarrow K^+n$	ElasticChannel	JAM_Kp_n_el
$K^+p \rightarrow K^+p$	ElasticChannel	JAM_Kp_p_el
$K^+n \rightarrow K^0p$	InelasticChannel	JAM_Kp_n_to_K0_p
$XY \rightarrow Z$	ResFormChannel	BreitWignerXS
$XY \rightarrow XY$	ElasticChannel	AddQuarkModelXS

D.2. táblázat. A `HadronicInteractions` osztály által generált kölcsönhatások. Az inelasztikus folyamatok inverzei is generálódnak, a részletes egyensúly elvének alapján.

<code>events</code>	Események száma.
<code>testParticles</code>	Teszt részecskék száma (1, ha nincs megadva).
<code>t0</code>	Szimuláció kezdete [fm].
<code>tf</code>	Szimuláció vége [fm].
<code>rand</code>	Véletlenszám-generátor.
<code>initCond</code>	Kezdőfeltétel.
<code>generator</code>	Kaszkad kód.

A *véletlenszám-generátor* osztályoknak egy paramétere van, a `seed` (magszám), melynek alapértelmezés szerinti értéke az 1970. jan. 1. 00:00:00 óta eltelt másodpercek száma. Véletlenszámgenerátor implementációk: `R250` - egy nagyon gyors és nagy ciklushosszal ($\sim 2^{250}$) rendelkező, bit-shiftelési műveleteken alapuló algoritmus [75], `KnuthRand` - D. E. Knuth kivonási sémán alapuló véletlenszámgenerátora [76], `PyRand` - a Pythia 6-ból, `Drand48` - a `drand48()` és `lrand48()` C függvényeket használja.

Kezdőfeltétel osztályok, melyeket szimulációim során használtam:

- `BjorkenInitCond` - Bjorken kezdőfeltétel. Paraméterek:

N	Részecskeszámok az alábbi formában: $N = \{p1=N1, p2=N2, \dots\};$
T	Hőmérsékletek az alábbi formában: $T = \{p1=T1, p2=T2, \dots\};$
mu	Kémiai potenciálok a nagykanonikus módhoz, az alábbi formában: $\mu = \{p1=\mu1, p2=\mu2, \dots\};$
mode	canonical vagy grand-canonical.
posDist	Helyeloszlás: Rectangular, Radial, Elliptic vagy Gaussian. (Az eloszlások paramétereit itt nem tárgyaljuk.)

- `MicorOutFile` - A MICOR hadronizációs modell végállapota: $\rho, \omega, K^*, \phi, \Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$ hadronokból álló gáz. Paraméterek:

<code>file</code>	A MICOR program output file-ja.
<code>rmax</code>	Sugár [fm].

Egyéb kezdőfeltételek: `Collider` - két részecske ütköztetése, `SimpleAuAu` - egyszerű kezdeti feltétel nagyenergiás arany-arany ütközéshez, `HijingInitCond` - HIJING modell, `ReadInitCond` - OSCAR file-ből beolvasott kezdeti részecskeeloszlások.

Kaszád kódok:

- `TZGenerator` - t, x, y, z koordinátákat használ.
- `TauEtaGenerator` - τ, η, x, y Bjorken koordinátákat használ.

E kódok különböző paramétereire itt nem térek ki.

Az *analysis* blokkban a hisztogrammok és egyéb kimenő adatok készítése van meghatározva. A blokkhoz analíziseket vagy „generátoraikat” lehet hozzáadni. Egy analízis generátor — hasonlóan a részecsketípus és a kölcsönhatási csatorna generátorokhoz, — több analízis objektumot tud létrehozni. Az analízis osztályok fontos tulajdonsága a `when` paraméter, azt határozza meg, hogy egy analízis milyen feltételek mellett hajtódjon végre. Lehetséges értékei: `initial` - kezdőállapotban, `final` - végállapotban, `final_decay` - utolsó kölcsönhatás előtt, ha az bomlás (rezonanciák vizsgálatához), `creation`, `annihilation`, `before_reaction` - részecskekeletkezés, annihiláció, illetve reakció előtt. (Utóbbi három feltételt pillantnyilag csak a `TauEtaGenerator` implementálja.) Analízis(generátor) osztályok:

- **Histogram** és **HistogramGenerator** - egy- és kétváltozós hisztogrammok készítése a részecskék momentum- vagy helykoordinátái alapján. A változó(k) és a súlyok e koordinátákból alkotott tetszőleges kifejezések lehetnek. Példa egyváltozós hisztogramra: a $dN/m_T dm_T$ spektrum, kétváltozósra: $dN/m_T dm_T dy$ spektrum.
- **BackTracker** - részecskék kölcsönhatásainak időben visszafelé történő nyomonkövetése és számlálása, a 7.4.2. szakaszban vázolt algoritmusokkal.
- **TotalXsPlot**, **PartialXsPlot** és generátoraik - hisztogrammkészítés a kölcsönhatások teljes illetve parciális hatáskeresztmetszeteiből.
- **OscarOutput** - OSCAR 1999A formátumú output file-t készít.

Egy tipikus „gromit.ini” file MICOR kezdeti feltételhez:

```

particles {
  add PDG {
    names = pi, K, eta, rho, omega, K*, eta', f_0, a_0,
           phi, h_1, b_1, a_1, f_2, K_1(1270), eta(1295),
           pi(1300), a_2(1320), K_1(1400), K*(1410),
           K*_0(1430), K*_2(1430),
           N, Lambda, Sigma, Xi, Delta, Sigma*, Xi*, Omega,
           Lambda(1405), N(1440), N(1520), Lambda(1520),
           N(1535), Delta(1600), Lambda(1600), Delta(1620),
           N(1650), Sigma(1660), Lambda(1670), Sigma(1670),
           N(1675), N(1680), Lambda(1690),
           N(1700), Delta(1700), N(1710), N(1720),
           Sigma(1750);
  }
}

decays {
  load "../strong-decays/resonances.tbl";
}

collisions {
  add HadronicInteractions { }
}

```

```
run {
  t0 = 1.0;
  tf = 1000;
  rand = R250 { }
  events = 65536;
  initCond = MicorOutFile {
    file = "bzip2 -cd local-spsPbPb0.36-eta0.out.bz2 |";
    rmax = 7;
  }
  generator = TZGenerator {
    findNbody = QUICK;
    ctimeChoice = EARLIEST;
    nBoxes = { 8, 8, 8 };
    xGlobalMin = { -10, -10, -10};
    xGlobalMax = { 10, 10, 10};
  }
}

analysis {
  load "../histograms.tbl";
}
```

Irodalomjegyzék

- [1] P. Csizmadia, P. Lévai, S. E. Vance, T. S. Biró, M. Gyulassy and J. Zimányi: *Strange hyperon and antihyperon production from quark and string-rope matter*, J. Phys. **G25** (1999) 321-330 [hep-ph/9809456]
- [2] P. Csizmadia and P. Lévai: *ϕ , Ω and ρ production from deconfined matter in relativistic heavy ion collisions at CERN SPS*, Phys. Rev. **C61** (2000) 031903 [hep-ph/9909544]
- [3] P. Csizmadia and P. Lévai, hep-ph/0008195;
P. Lévai, T. S. Biró, P. Csizmadia, T. Csörgő and J. Zimányi: *The production of charm mesons from quark matter at CERN SPS and RHIC*, J. Phys. **G27** (2001) 703-706 [nucl-th/0011023]
- [4] P. Csizmadia and P. Lévai, *The MICOR hadronization model with final state interactions*, J. Phys. **G28** (2002) 1997-2000
- [5] S. Cheng, S. Pratt, P. Csizmadia, Y. Nara, D. Molnár, M. Gyulassy, S. E. Vance and B. Zhang: *The effect of finite-range interactions in classical transport theory*, Phys. Rev. **C65** (2002) 024901 [nucl-th/0107001]
- [6] Y. Nara, S. E. Vance and P. Csizmadia, *A study of parton energy loss in Au+Au collisions at RHIC using transport theory*, Phys. Lett. **B531** (2002) 209-215 [nucl-th/0109018]
- [7] P. Csizmadia, T. Csörgő and B. Lukács: *New analytic solutions of the non-relativistic hydrodynamical equations*, Phys. Lett. **B443** (1998) 21-25 [nucl-th/9805006]
- [8] D. Molnár, M. Gyulassy, S. Cheng, S. Pratt, B. Zhang, S. Vance, P. Csizmadia and Y. Nara: *Can the pion wind produce the nucleon flow at SPS?*, in preparation

- [9] P. Csizmadia, P. Lévai, J. Zimányi: *Pion Momentum Distribution from a Microscopical Hadronization Model*, Proc. of Int. Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations XXV, January 13-17, 1997, Hirschegg, Austria, (TH Darmstadt, 1997) Ed. by H. Feldmeier, p. 117.
- [10] P. Csizmadia and P. Lévai, *Hadron production in the MICOR model*, Proc. of Int. Workshop on Understanding Deconfinement in QCD, ECT* Trento, Italy, March 1 - 13, 1999
- [11] J. C. Collins and M. J. Perry, *Superdense matter: neutrons or asymptotically free quarks?*, Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 1353;
L. McLerran, *The physics of the quark-gluon plasma*, Rev. Mod. Phys. **58** (1986) 1021
- [12] G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, E. Laermann, C. Legeland, M. Lutgemeier and B. Petersson, *Thermodynamics of SU(3) lattice gauge theory*, Nucl. Phys. **B469** (1996) 419-444 [hep-lat/9602007]
- [13] L. P. Csernai: *Introduction to Relativistic Heavy Ion Collisions* (Wiley, Chichester, 1994)
- [14] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. I*, Phys. Rev. **122** (1961) 345-358;
P. Rehberg, S. P. Klevansky and J. Hüfner, *Hadronization in the SU(3) Nambu-Jona-Lasinio Model*, Phys. Rev. **C53** (1996) 410 [hep-ph/9506436]
- [15] T. S. Biró, P. Lévai and J. Zimányi, *ALCOR: A dynamic model for hadronization*, Phys. Lett. **B347** (1995) 6
- [16] T. S. Biró, P. Lévai and J. Zimányi, *Quark coalescence in the mid-rapidity region at RHIC*, J. Phys. **G28** (2002) 1561 [hep-ph/0112137];
T. S. Biró, P. Lévai and J. Zimányi, *Strange hadrons from quark and hadron matter: a comparison*, J. Phys. **G27** (2001) 439 [hep-ph/0008254];
J. Zimányi, T. S. Biró, T. Csörgő and P. Lévai, *Quark liberation and coalescence at CERN SPS*, Phys. Lett. **B472** (2000) 243
- [17] Bao-An Li and Che Ming Ko, *Formation of superdense hadronic matter in high-energy heavy ion collisions*, Phys. Rev. **C52** (1995) 2037

- [18] H. Sorge, *Flavor production in Pb (160 A GeV) on Pb collisions: Effect of color ropes and hadronic rescattering*, Phys. Rev. **C52** (1995) 3291; K. Geiger, *VNI 3.1: MC simulation program to study high-energy particle collisions in QCD by space-time evolution of parton cascades and parton - hadron conversion*, Comput. Phys. Commun. **104** (1997) 70
- [19] S. A. Bass et al., *Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions*, Prog. Part. Nucl. Phys. **41** (1998) 225 [nucl-th/9803035]
- [20] Y. Nara, N. Otuka, A. Ohnishi, K. Niita and S. Chiba, *Study of relativistic nuclear collisions at AGS energies from P+Be to Au+Au with hadronic cascade model*, Phys. Rev. **C61** (1999) 024901
- [21] Yang Pang, *General Cascade Program*, in Proceedings of RHIC'96, CU-TP-815 (1997)
- [22] B. Zhang and Y. Pang, *Frame dependence of parton cascade results*, Phys. Rev. **C56** (1997) 2185 [nucl-th/9611012]
- [23] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. **D9** (1974) 3471
- [24] Cheuk-Yin Wong: *Introduction to high energy heavy ion collisions*, World Scientific Publishing Co., p. 161 (1994)
- [25] R. P. Feynman and A. R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1965
- [26] G. S. Bali, *QCD forces and heavy quark bound states*, hep-ph/0001312
- [27] N. Attig, F. Karsch, B. Petterson, H. Satz, Phys. Lett. **B209** (1988) 65; D. J. Gross, R. D. Pisarski, L. G. Jaffe, Rev. Mod. Phys. **53** (1981) 43
- [28] F. Karsch, E. Laermann and A. Peikert, *Quark mass and flavor dependence of the QCD phase transition*, Nucl. Phys. **B605** (2001) 579 [hep-lat/0012023]
- [29] H. A. Weldon, *Covariant calculations at finite temperature: the relativistic plasma*, Phys. Rev. **D26** (1982) 1394; *Effective fermion masses of order gT in high temperature gauge theories with exact chiral invariance.*, Phys. Rev. **D26** (1982) 2789

- [30] P. Lévai and U. Heinz: *Massive gluons and quarks and the equation of state obtained from $SU(3)$ lattice QCD*, Phys. Rev. **C57** (1998) 1879
- [31] J. D. Bjorken, *Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region*, Phys. Rev. **D27** (1983) 140
- [32] J. P. Bondorf, S. Garpman and J. Zimányi, *A simple analytic hydrodynamic model for expanding fireballs*, Nucl. Phys. **A296** (1978) 320
- [33] J. I. Kapusta, L. McLerran and D. K. Srivastava, Phys. Lett. **B283** 145 (1992); L. P. Csernai and I. N. Mishustin, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 5005; S. Gavin and B. Muller, Phys. Lett. **B329** (1994) 486
- [34] B. Lukács and K. Martinás, *Callen's Postulates and the Riemannian Space of Thermodynamic States*, Phys. Lett. **A114** (1986) 306
- [35] T. Csörgő, *Simple analytic solution of fireball hydrodynamics*, nucl-th/9809011
- [36] R. Pisarski and F. Wilczek, Phys. Rev. **D29** (1984) 338; F. Wilczek, Int. J. Mod. Phys. **A7** (1992) 3911; K. Rajagopal and F. Wilczek, Nucl. Phys. **B399** (1993) 395
- [37] A. Ukawa, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **53** (1997) 106; E. Laermann, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **63** (1998) 114 F. Karsch, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **83** (2000) 14
- [38] F. R. Brown et al., *On the existence of a phase transition for QCD with three light quarks*, Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 2491; S. Aoki et al., *Phase structure of lattice QCD at finite temperature for (2+1) flavors of Kogut-Susskind quarks*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **73** (1999) 459
- [39] A. Barducci et al., Phys. Lett. **B231** (1989) 463; A. Barducci et al., Phys. Rev. **D41** (1990) 1610; A. Barducci et al., Phys. Rev. **D49** (1994) 426; S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. **64** (1992) 649; M. Stephanov, Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 4472
- [40] Z. Fodor and S. D. Katz, *A new method to study lattice QCD at finite temperature and chemical potential*, Phys. Lett. **B534** (2002) 87 [hep-lat/0104001]; *Lattice determination of the critical point of QCD at finite T and μ* , JHEP **0203** (2002) 014 [hep-lat/0106002]

- [41] P. Braun-Munzinger, I. Heppe and J. Stachel, *Chemical equilibration in Pb+Pb collisions at the SPS*, Phys. Lett. **B465** (1999) 15.
- [42] L. V. Bravina, M. I. Gorenstein, E.E. Zabrodin, S. A. Bass, M. Belkacem, M. Bleicher, M. Brandstetter, M. Hofmann, S. Soff, C. Spieles, H. Weber, H. Stocker and W. Greiner, *Equilibrium and non-equilibrium effects in nucleus-nucleus collisions*, Phys. Lett. **B459** (1999) 660
- [43] M. Gyulassy and D. Molnár, *Covariant non-equilibrium transport theory solutions for RHIC*, Found. Phys. **31** (2001) 875
- [44] C. T. Traxler, U. Mosel and T. S. Biro, *Hadronization of a Quark-Gluon Plasma in the Chromodielectric Model*, Phys. Rev. **C59** (1999) 1620 [hep-ph/9808298]
- [45] R. Scheibl and U. Heinz, *Coalescence and flow in ultrarelativistic heavy ion collisions*, Phys. Rev. **C59** (1999) 1585
- [46] R. P. Feynman, *Statistical Mechanics: A Set of Lectures* (Benjamin, Boston, 1972)
- [47] E. P. Wigner, *Quantum corrections for thermodynamic equilibrium*, Phys. Rev. **40** (1932) 749
- [48] L. I. Schiff: *Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1955)
- [49] M. Lutz and W. Weise, *Sizes of Hadrons*, Nucl. Phys. **A518** (1990) 156
- [50] T. S. Biró, P. Lévai and J. Zimányi: *Hadronization with a confining equation of state*, Phys. Rev. **C59** (1999) 1574 [hep-ph/9807303]
- [51] T. Sjöstrand, *High-energy physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4*, Comput. Phys. Commun. **82** (1994) 74.
- [52] A. Wroblewski, *On the strange quark suppression factor in high-energy collisions*, Acta Phys. Polon. **B16** (1985) 379
- [53] P. G. Jones et al. (NA49): *Hadron Yields and Hadron Spectra from the NA49 Experiment*, NA49 document
- [54] C. Bormann et al. (NA49): *Kaon-, Λ - and $\bar{\Lambda}$ -Production in Pb+Pb-Collisions at 158 GeV per Nucleon*, Submitted to proceedings of Strangeness in Quark Matter 97, Santorini, Greece, April 14-18, 1997

- [55] Jason Dunn: *Pion Production in the MTPC's from dE/dx* , NA49 document
- [56] NA49 Collaboration, *Reconstruction over a large rapidity interval of Λ , $\bar{\Lambda}$ and K_S^0 in the NA49 experiment*, J. Phys. **G25** (1999) 469; *Ξ^- and $\bar{\Xi}^+$ production in Pb+Pb collisions at 158 GeV per nucleon*, J. Phys. **G25** (1999) 199
- [57] T. Csörgő and B. Lörstad: *Bose-Einstein Correlations for Three-Dimensionally Expanding Cylindrically Symmetric Finite Systems*, Phys. Rev. **C54** (1996) 1390
- [58] D. Jouan et al. (NA50): *NA50 results on Pb-Pb interactions at 158 GeV per nucleon*, Nucl. Phys. **A681** (2001) 157
- [59] R. Lietava et al. (WA97): *Strangeness enhancement at mid-rapidity in Pb-Pb collisions at 158 A GeV/c*, J. Phys. **G25** (1999) 181
- [60] T. Matsui and H. Satz, *J/ψ suppression by quark-gluon plasma formation*, Phys. Lett. **B178** (1986) 416
- [61] NA38 Collaboration (C. Baglin et al.), *The production of J/ψ in 200 GeV/nucleon Oxygen-Uranium interactions*, Phys. Lett. **B220** (1989) 471; *Study of J/ψ production in P-U, O-U AND S-U interactions at 200 GeV per nucleon*, Phys. Lett. **B255** (1991) 459
- [62] A. Capella et al., *Nuclear effects in J/ψ suppression*, Phys. Lett. **B206** (1988) 354; *J/ψ suppression in nuclear collisions revisited*, Phys. Lett. **B243** (1990) 144
- [63] A. Capella, A. Kaidalov, A. Kouider Akil and C. Gerschel, *J/ψ and ψ' suppression in heavy ion collisions*, Phys. Lett. **B393** (1997) 431
- [64] NA50 Collaboration (M. C. Abreu et al.), *Transverse momentum distributions of J/ψ , ψ' , Drell-Yan and continuum dimuons produced in Pb-Pb interactions at the SPS*, Phys. Lett. **B499** (2001) 85
- [65] N. Xu, előadás az OSCAR II workshopon, July 8-16, 1999, Brookhaven National Laboratory, Upton, NY, USA

- [66] Gy. Wolf, G. Batko, W. Cassing, U. Mosel, K. Niita and M. Schäfer, Nucl. Phys. **A517** (1990) 615;
J.H. Koch, E.J. Moniz and N. Ohtsuka, Ann. Phys. 154 (1984) 99
- [67] M. Gyulassy and M. Plümer, *Jet quenching in dense matter*, Phys. Lett. **B243** (1990) 432
- [68] M. Gyulassy, P. Lévai, I. Vitev, *Nonabelian energy loss at finite opacity*, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 5535 [nucl-th/0005032]
- [69] X. N. Wang and M. Gyulassy, *Gluon shadowing and jet quenching in A+A collisions at $\sqrt{s} = 200$ AGeV*, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 1480
- [70] X. N. Wang and M. Gyulassy, *HIJING 1.0: A Monte Carlo program for parton and particle production in high-energy hadronic and nuclear collisions*, Comput. Phys. Commun. **83** (1994) 307
- [71] S. M. H. Wong, *Thermal and chemical equilibrium in relativistic heavy ion collisions*, Phys. Rev. **C54** (1996) 2589
- [72] K. J. Eskola and X. N. Wang, *Space-time structure of initial parton production in ultrarelativistic heavy ion collisions*, Phys. Rev. **D49** (1994) 1284
- [73] H.-U. Bengtsson, *The Lund Monte Carlo for High- p_T Physics*, Comput. Phys. Commun. **31** (1984) 323
- [74] G. Dávid, PHENIX Collaboration, *Neutral pion distributions in PHENIX at RHIC*, Nucl. Phys. **A698** (2002) 227 [nucl-ex/0105014]
- [75] S. Kirkpatrick and E. Stoll, *A very fast shift-register sequence random number generator*, J. Comp. Phys. **40** (1981) 517
- [76] D.E. Knuth, *The Art of Computer Programming Vol. 2: Seminumerical algorithms*, Addison-Wesley, Reading MA, 1981